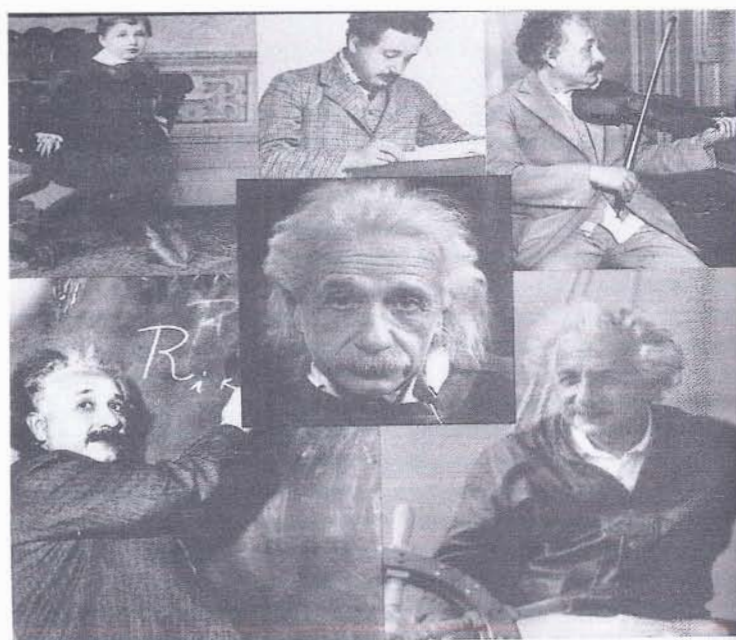




Universidade Federal do Rio de Janeiro
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza
Instituto de Física

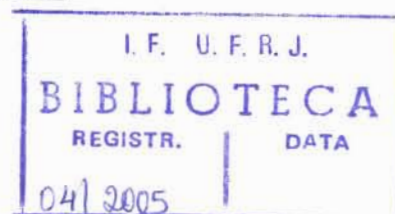
OTONIEL AMARAL ALVES DO COUTO

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA NO ENSINO MÉDIO



Rio de Janeiro, 2005

- 1 -





Universidade Federal do Rio de Janeiro
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza
Instituto de Física

OTONIEL AMARAL ALVES DO COUTO

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA NO ENSINO MÉDIO

**Monografia apresentada ao Curso de Graduação
em Licenciatura em Física da Universidade Federal
do Rio de Janeiro.**

Orientador: Prof.Dr. Raul Donangelo



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza
Instituto de Física

OTONIEL AMARAL ALVES DO COUTO

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA NO ENSINO MÉDIO

**Monografia apresentada ao Curso de Graduação em
Licenciatura em Física da Universidade Federal do
Rio de Janeiro.**

Orientador: Prof.Dr. Raul Donangelo

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Francisco Artur B. Chaves
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Aguiar
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Profª.Drª. Susana de Sousa Barros (suplente)
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, 07 de abril de 2005.

Dedicatória:

Dedico este trabalho a meu avô José Manoel do Amaral (*in memorian*) que mesmo não gozando de uma instrução igual a que venho tendo acesso, sempre valorizou a busca pelo saber e a cultura, e não se poupou de sua força de trabalho para patrocinar esta busca em mim.

Agradecimentos:

A Deus, primeiramente, que não me deixou desistir nos momentos mais difíceis e honrou o meu esforço e vontade dando-me forças e inteligência para seguir o curso. Sem Ele, eu nada poderia fazer. À minha Mãe que nunca interferiu nos meus sonhos e sempre esteve ao meu lado como líder da torcida. Ao meu Tio José Antônio que no início fomentou toda logística necessária para os meus estudos em nível de terceiro grau. Às minhas irmãs Carla e Flávia. Ao meu irmão Thiago e nossa Mãe Regina (a Juliana e o Carlos Henrique também, é claro!) que me acompanharam desde o início desta jornada me enchendo a paciência para acabar logo o curso. À Sr^a. Lígia ^{pr}que, talvez sem sua tão generosa e incondicional ajuda, eu não teria me formado por esta ~~nobre e renomada~~ instituição de ensino superior. Ao meu orientador Prof. Dr. Raul Donangelo, exímio pesquisador e professor que nunca me negou atenção em meio a tantas atividades tão mais dignas de atenção e responsabilidade. À Susana Souza Barros que mesmo sendo procurada tarde, não negou atenção e dirigiu parte deste trabalho com toda maestria e cuidado. A todos que torceram por este momento. !

SUMÁRIO

PARTE I - MOTIVAÇÕES

Prefácio.....	8
Introdução.....	10

PARTE II – A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

Capítulo I – Resumo Histórico da Relatividade.....	18
Capítulo II – Resumo Teórico da Teoria da Relatividade Restrita.....	30
Capítulo III – Algumas Conseqüências Físicas da Teoria da Relatividade Restrita.....	43
Capítulo IV - Aplicações Tecnológicas.....	54

PARTE III – AS NOVAS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO APLICADAS AO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZADO

Capítulo V – As Novas Tecnologias da Informação e sua Implementação no Campo Educativo.....	57
--	----

PARTE IV – PROPOSTA DE UM PLANO DE AULA PARA INTRODUIR A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA NO ENSINO MÉDIO

Capítulo VI – Didática Aplicada ao Ensino da Teoria da Relatividade.....	66
Conclusão.....	74
Apêndice - Dedução das Transformações de Lorentz.....	76
Bibliografia.....	81

PARTE I

MOTIVAÇÕES

Prefácio

A maior motivação para realização deste trabalho foram os diálogos de Física Moderna que pude estabelecer com alunos da oitava série e Ensino Médio em diversas escolas em que trabalhei e que trabalho atualmente. É espantoso como os alunos curtem os devaneios desta nova Física em detrimento das aulas de Física Clássica. A curtição destes devaneios reside no fato dos conceitos de Física Moderna (Teoria da Relatividade e Mecânica Quântica) mexerem com o senso comum dos alunos. Situações “surrealistas” aparecem nesse contexto, tais como viagens no tempo, tele-transporte, atravessar paredes, etc. E mostrar para o aluno que existe respaldo científico na Física para realização desses feitos, até então, impossíveis à mente humana, é um intrépido desafio.

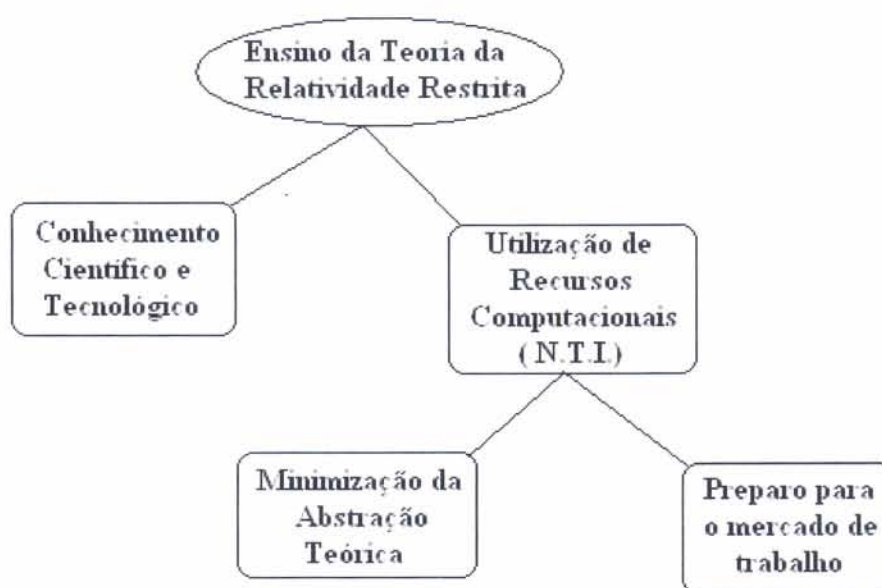
Porém, informar por informar nos dias de hoje não tem tido tanta utilidade quanto no passado. Antigamente, poder-se-ia perder um tempo em sala de aula sem se preocupar com o que o aluno faria com aquele aprendizado em sua vida. Hoje, a situação é diferente. O corpo pedagógico das escolas, formado por professores e orientadores educacionais, devem orientar suas metodologias, pensando no âmbito da ocupação profissional que seus alunos terão no futuro. A escola deveria pensar pelo menos nos rudimentos da vida profissional. Por isso, os conteúdos lecionados em sala, em todas as disciplinas, devem ser ajustadas de forma que o aluno leve da sala algo aproveitável para sua vindoura vida profissional.

Mas nem todos os conteúdos gozam de uma aplicabilidade em determinada carreira. Um futuro economista não fará uso de Teoria da Relatividade. No entanto, certamente fará uso de um computador. Logo, poderíamos fazer com que junto a um conteúdo a ser lecionado na escola venham recursos que beneficiem até quem não seguirá numa carreira que esteja diretamente ligada aquele conteúdo. O uso do computador, por exemplo.

Quem é o futuro cidadão?!

Projeto ?

Este trabalho traz este tipo de proposta. Através dos recursos utilizados para o ensino da Teoria da Relatividade Restrita, *a computação*, o aluno leva consigo, para sua vida, o aprendizado que virá ao lado do conteúdo de Física lecionado que são os primeiros contatos com o que chamaremos de Novas Tecnologias da Informação. O esquema abaixo dá uma visão estruturada do que se pretende com este trabalho.



Org. 1.Estrutura deste projeto mostrando seus objetivos

Este trabalho, portanto, não é uma proposta vazia. Visa associar duas atividades de ensino que estabelecem uma relação pragmática entre si voltada para o desenvolvimento intelectual do aluno – a *alfabetização científica e a capacitação profissional*. *IXafm*

Introdução

O Declínio de uma Física Imutável

Na virada do séc. XIX para o século XX o mundo experimentava, poder-se-ia dizer, um Neo-iluminismo no campo das idéias científicas. O homem, que de repente pensava que as leis da Mecânica Clássica de Newton, da Termodinâmica de Boltzmann e do Eletromagnetismo de Maxwell dariam conta de explicar à humanidade todos os fenômenos Naturais e proporcionariam o bem-estar básico dela, não esperava que o mundo no qual estava inserido fosse muito mais complexo do que imaginava e que, para começar desvendar estes, até então, mistérios, a Física carecia de uma reformulação profunda no campo de seus conceitos mais rígidos – *A Mecânica*. Ele, o homem, não tinha a menor noção de que estas reformulações influenciariam em sua vida profundamente. A partir delas, a humanidade começava a entrar numa nova era em que seus pensamentos e costumes seriam afetados de uma forma indiscutivelmente radical – talvez a mais radical da história dela - como que num processo de “seleção natural” voltado para o domínio da tecnologia, onde quem a domina, domina também quem não a domina. Enquanto a humanidade vivia tranquilamente sendo ludibriada por um otimismo soberbo de uma comunidade científica que proclamava já ter conhecimento sólido para explicar tudo, alguns homens, que embora fizessem parte dessa comunidade, não estavam tão otimistas assim puseram-se a questionar aquilo que se considerava imutável – a Física Clássica.

Foi nesse cenário de otimismo e pessimismo pela Física vigente dessa época que cientistas como *Planck, Einstein, Bohr, Heisenberg, Schrödinger* e outros vieram mostrar ao mundo como seria sua realidade de vida nos anos vindouros. A partir de então, surge a *Física Moderna*.

Ela tem seu início nos trabalhos de *Planck* sobre a radiação do corpo negro que culmina na equação de *Schrödinger*, que descreve, probabilisticamente, o comportamento do universo microscópico (partículas elementares, átomos e moléculas). É o nascimento da *Mecânica Quântica* que pretende explicar os fenômenos do mundo do muito pequeno. Por outro lado, um outro cientista, *Albert Einstein* resolveu questionar as idéias que se tinha sobre espaço e tempo até conseguir por meio de suas *Teorias da Relatividade Restrita e Geral* (doravante indicadas como *TRR* e *TRG*, *respectivamente*), dar ao mundo uma nova concepção destes dois entes físicos, unindo-os num único conceito – o de Espaço-Tempo.

Propiciou-se assim um ambiente teórico e experimental para o estudo da Física dos Sólidos, da Física das Baixas Temperaturas, dos processos de decaimento da Física Nuclear, da fenomenologia da Física de Partículas, da Física de Altas Energias, da origem e evolução do Universo (Cosmologia), e da atual Teoria das Cordas, que está em rápido desenvolvimento. Estes dois conjuntos de idéias formam, juntos, o compêndio básico da Física que hoje chamamos de *Moderna*. Desde então, é nesta nova física que têm se apoiado as novas concepções sobre a natureza da matéria, do espaço, do tempo, da origem e evolução do Universo. É também a base tecnológica do que há de mais moderno em **eletrônica**: diodos semicondutores, transistores; **telecomunicações e tecnologia da informação**: fibras-ópticas, microprocessadores, criptografia quântica e o computador quântico; **tecnologia de processamento de som e imagens**: cristais-líquidos, CDs e DVDs. Assim sendo, podemos definir a Física Moderna, segundo as palavras dos PCN's, como sendo...

“(...) um conhecimento que permite elaborar modelos de evolução cósmica, investigar os mistérios do mundo submicroscópico, das partículas que compõe a matéria, ao mesmo tempo

em que permite desenvolver novas fontes de energia e criar novos materiais, produtos e tecnologias”.(PCN’s,2002)¹

Apesar desse avanço na Física ter sido um marco na história da humanidade por ter modificado os seus costumes, o ensino de Física nas escolas não tem acompanhado tal avanço. Em matéria de conteúdo, os currículos estão atrasados praticamente em um século e meio. Para nossos alunos quem é Einstein? E o que ele fez? Não se faz qualquer discussão nos livros quanto à natureza do tempo, isto é, se é absoluto ou relativo. Simplesmente, fala-se nele como sendo uma grandeza física inerente a uma única visão. Estamos ainda apregoando um mundo onde a energia elétrica é transmitida através de fios condutores enquanto já se espera o advento dos *supercondutores a altas temperaturas* idéia esta posterior a dos *Semicondutores*. Estes regem a passagem da corrente elétrica nos modernos micro-circuitos que cabem na superfície do polegar de um neném. Essa omissão de informações está fazendo com que nossos alunos se distanciem das novas idéias de mundo que têm se originado pelo avanço da Física Moderna. Eles estão se tornando meros usuários das novas tecnologias sem saber que conceito físico possibilitou o seu surgimento.

“Alguns dos aspectos da chamada Física Moderna serão indispensáveis para permitir aos jovens adquirir uma compreensão mais abrangente sobre como se constitui a matéria, de forma que tenham contato com diferentes e novos materiais, cristais líquidos e lasers presentes nos utensílios tecnológicos (...)”.(PCNEM’s,2002)²

¹ p.229

² p.70

Por que Começar pela Teoria da Relatividade Restrita?

A primeira razão apresentada para iniciação do aluno do Ensino Médio à Física Moderna através da TRR, é o fato que nela estão contidos três tópicos da Física básica como integrantes principais de seu desdobramento histórico. São eles a Mecânica, a Óptica e o Eletromagnetismo. É razoável, portanto, que a TRR seja lecionada a alunos da terceira série do Ensino Médio, já que a esta altura estes tópicos já serão familiares aos alunos. No entanto, os PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) sugerem que a incursão da Física Moderna deve ser feita juntamente com a abordagem dos demais temas que já fazem parte do atual currículo (Física Clássica) desde que os temas tenham a ver um com outro.

“Essas e outras necessárias atualizações dos conteúdos apontam para uma ênfase à Física contemporânea ao longo de todo o curso, em cada tópico, como um desdobramento de outros conhecimentos e não necessariamente como um tópico a mais no fim do curso.” (PCN's, 2002)³

Isto quer dizer que o ensino da TRR deveria iniciar-se logo ao se estudar o conceito de *referencial* na introdução à Cinemática Escalar. No entanto, não poderíamos ir adiante com o assunto, pois ao discutirmos a falibilidade das transformações de Galileu quando aplicadas ao eletromagnetismo, o aluno se perderia por completo, pois não tem ainda o conhecimento das leis do eletromagnetismo. Sem falar na óptica geométrica aplicada à experiência de Michelson e Morley.

Não obstante, o ferramental matemático da TRR, num primeiro exame, também não é complicado para o aluno do curso secundário. Basicamente, implica relações do primeiro grau

³ p.234

nas variáveis mais importantes. Já não se pode dizer o mesmo da TRG cuja estrutura das relações matemáticas envolvidas (cálculo tensorial) foge ao curso de matemática convencional ensinado do Ensino Médio. É também, em seus conceitos mais complexa e abstrata do que a TRR. Apesar de tudo, uma vez que o aluno teve seu primeiro contato com a TRR e obteve êxito em seu aprendizado, poderá aventurar-se também a dar seus primeiros passos em direção a um **entendimento qualitativo** do que é a TRG, malgrado suas limitações matemáticas.

A segunda razão é que, o ensino-aprendizado tem por finalidade tornar o aluno íntimo dos processos naturais, econômicos, sociais e culturais que ocorrem ao seu redor, fazendo com que ele entenda a origem dos mecanismos, passando pela transformação, até compreender a influência desses processos em suas vidas. No caso das ciências naturais, o objeto de análise é, a priori, a Natureza e os fenômenos que dela fazem parte.

“Espera-se que o ensino de Física, na escola média contribua para formação de uma cultura científica efetiva, que permita ao indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais, situando e dimensionando a interação do ser humano com a natureza como parte da própria natureza em transformação.” (PCN’s ,2002)⁴

Entendo-os, pode-se passar a um outro nível que é o de tirar proveito deste conhecimento com o objetivo de cooperar com o bem estar da humanidade. Aí, o conhecimento e o domínio das leis da natureza passam a agir como fomentadores de recursos técnicos a serem desenvolvidos pelo homem visando a qualidade de vida das gentes. Este é o papel a ser cumprido pelo que chamamos de *Tecnologia*.

⁴ p.229

“(...) o conhecimento volta-se novamente para os fenômenos significativos ou objetos tecnológicos de interesse, agora com um novo saber adquirido, em sua dimensão aplicada ou tecnológica.”(PCN's, 2002,)⁵

Ensinar por ensinar os fundamentos básicos da TRR não tem o menor sentido a menos que haja um pragmatismo por trás disto. Nossos alunos não correm e nem andam em veículos que se movimentam com velocidades próximas a da luz. Também não presenciam, visivelmente, outras pessoas ou objetos que o façam. Logo, surge a questão: onde está a TRR no cotidiano do aluno?

“Para isso, é imprescindível considerar o mundo vivencia dos alunos, sua realidade próxima ou distante, os objetos e fenômenos com que efetivamente lidam, ou os problemas e indagações que movem sua curiosidade. Esse deve ser o ponto de partida e, de certa forma, também o ponto de chegada.”(PCN's,2002)⁶

Deve-se conduzir o aluno para uma outra esfera da realidade - aquela que ele não vê. É necessário que façam o aluno conhecer o mundo das ondas eletromagnéticas que chegam até sua antena de rádios com a velocidade da luz, das partículas elementares que constituem o âmago da matéria e o da física nuclear responsável pelo fornecimento de energia elétrica em muitas partes do globo, e a criação das armas nucleares. Em todos estes exemplos a Física predominante é a TRR e, certamente, o aluno precisa ter ouvido sobre essas coisa a esta altura. Se não ouvirem, a falha está no corpo docente nas escolas que se prendem demasiadamente em seu conteúdo programático e não abordam temas de Física paralelos.

⁵ p.230

⁶ p.230

Este trabalho além de dar esta resposta, preocupa-se em auxiliar outros professores em formação a prepararem uma aula de TRR livre de abstrações teóricas, resolução de exercícios que se resumam em matematizações exaustivas e enfadonhas ao aluno e discussões que fogem à realidade deste aluno. Estaríamos indo pelo mesmo caminho que o ensino de Física atual tem percorrido, nas palavras dos PCN's:

“O ensino de Física tem-se realizado freqüentemente mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas, de forma desarticulada, distanciada do mundo vivido pelos alunos e professores e não só, mas também por isso, vazios de significado. Privilegia a teoria e a abstração, desde o primeiro momento, em detrimento de um desenvolvimento gradual da abstração que, pelo menos parta da prática e de exemplos concretos. Enfatiza a utilização de fórmulas, em situações artificiais, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado físico efetivo. Insiste na solução de exercícios repetitivos, pretendendo que o aprendizado ocorra por memorização e não pela construção do conhecimento através das competências adquiridas.”(PCN's,2002)⁷

Visto que os PCN's rejeitam o paradigma citado acima e defendem o ensino da Física bem intencionado, isto é, voltado também para compreensão do que está por trás dos avanços tecnológicos que nos cercam, nada melhor do que lecionar TRR visando sua **aplicabilidade tecnológica** que será demonstrada no capítulo IV.

⁷ p.229

PARTE II

A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

Capítulo I – Resumo Histórico das Relatividades

Dos Gregos a Galileu

Parece haver sido o filósofo grego *Zenão de Eléia* (c.500-f.c.450) o primeiro a se preocupar com o movimento relativo dos corpos. De fato, em seu paradoxo do estádio ou dos bastões em movimento, Zenão considerou que se dois bastões (A, B) de iguais tamanhos se deslocarem igualmente (hoje, diríamos, com a mesma velocidade e em sentidos opostos) em relação a um terceiro C mantido fixo, então o observador em A (ou B) vê, num mesmo intervalo de tempo, um deslocamento do bastão B (ou A) duas vezes maior que o do bastão C. Em vista disso, Zenão concluiu que o movimento era impossível.

Essa dificuldade de entender o movimento relativo dos corpos permaneceu por muitos séculos, até ser retomada no século XVII, pelos italianos, o filósofo *Giordano Bruno* (1548-1600) e o físico, matemático e astrônomo *Galileu Galilei* (1564-1642). Para poder entender o movimento de um corpo em relação a um segundo, também em movimento, Giordano Bruno propôs experiências que poderiam ser realizadas a bordo de um navio em movimento uniforme. Assim, se uma pessoa colocasse no extremo do mastro de um navio e jogasse um corpo no pé desse mastro ou em um ponto qualquer do tombadilho do navio, tal corpo seguiria uma trajetória reta na direção do alvo escolhido, qualquer que fosse a velocidade constante do navio.

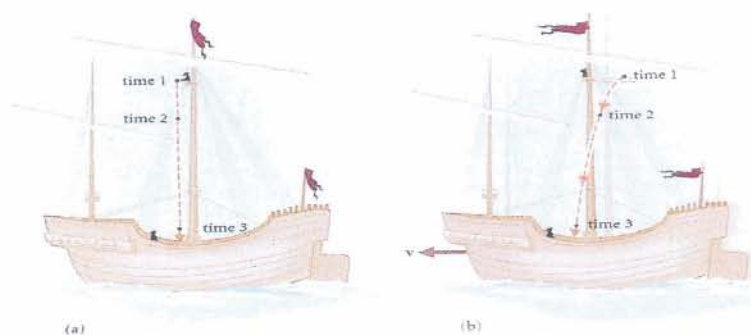


Fig.1 Experiência de Galileu na qual abandonando-se um objeto do mastro de um navio que ora se encontrara em repouso (a) ora com velocidade constante v (b), o objeto, nos dois casos, cai aos pés do mastro.

Convicto de que um navio em movimento arrasta qualquer corpo com ele, Giordano Bruno propôs então uma outra variante daquela experiência. Se duas pessoas, estão, uma no navio e outra na margem do rio, então, quando estiverem uma defronte da outra, deixam cair uma pedra da mesma altura, e em queda livre. Cada pessoa, em particular, verá cair sua pedra ao pé da vertical, numa trajetória retilínea. No entanto, a trajetória descrita pela pedra lançada por uma dessas pessoas vista pela outra será uma curva. Por exemplo, a pessoa do navio verá a pedra lançada pela que está na margem, cair em direção à popa de sua embarcação.

Argumentos desse tipo foram também considerados por Galileu em sua Carta a Ingoli (*Francesco Ingoli* (1578-1649)), escrita em 1624. Nesta, afirmou que a pedra que cai do alto do mastro de um navio, esteja este imóvel ou em movimento, sempre cai ao pé do mastro, concordando com Giordano Bruno.

Esse mesmo tipo de problema foi retomado por Galileu em seu livro *Diálogo sobre os dois Principais Sistema de Mundo: o Ptolomaico e o Copernicano*, publicado em 1632, no qual analisou a queda de um corpo em um navio parado ou em movimento, discutindo também, a queda de um corpo do alto de uma torre, o movimento de projéteis e o vôo das aves, em uma Terra em movimento. Em toda essa discussão Galileu utilizou o **princípio da relatividade do movimento** ou **princípio da independência do movimento** para refutar as objeções aristotélicas sobre movimento de nosso planeta. Esse mesmo princípio seria utilizado por Galileu para demonstrar a trajetória parabólica de corpos lançados horizontalmente ou obliquamente de uma superfície acima do solo, conforme registrou em seu livro *Discurso e Demonstrações Matemáticas em torno de Novas Duas Ciências*, publicado em 1638.

Esse princípio de Giordano Bruno-Galileu – hoje conhecido como **Princípio de Galileu** ou **Lei de Composição de Velocidades de Galileu**, tem o seguinte significado físico: a velocidade de um objeto, em relação a um corpo em repouso, é igual a velocidade que ele tem

em relação a um outro corpo que se desloca com velocidade constante em relação ao corpo parado, acrescida desta última velocidade. Na linguagem atual esse resultado é deduzido da expressão: $x' = x + Vt$, onde x' é a posição de uma partícula em relação a um objeto fixo O' , e x é a posição dessa mesma partícula em relação a um outro objeto O que se desloca com velocidade constante V em relação ao objeto O' , e na direção de uma reta escolhida (no caso, o eixo dos x' (ou dos x)). Com efeito, usando-se essa expressão e mais o fato de que $t = t'$, tem-se:

$$\text{se: } \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} \rightarrow v' = v + V .$$

Muito embora Galileu não usasse esse princípio na forma analítica descrita acima, ele o utilizava através de argumentos lógicos diretos, auxiliados pela geometria. Foi também dessa mesma maneira que Galileu demonstrou no já referido *Diálogo*, que esse princípio levava a um outro resultado importante, qual seja, o de que era impossível determinar se um navio está ancorado ou em movimento retilíneo uniforme, realizando uma experiência mecânica (em sua época, experiência física) em algum de seus camarotes fechados.

O estudo do movimento relativo de corpos foi mais elaborado pelo físico e matemático inglês *Isaac Newton* (1642 – 1727) em seus *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, publicado em 1687. Newton inicia esse livro com uma série de definições, nas quais apresenta os conceitos de **quantidade de movimento**: - “É a medida da mesma, obtida conjuntamente a partir da velocidade e da quantidade de matéria”; de **força inata da matéria (vis ínsita)**: - “É um poder de resistir, através do qual todo corpo, estando em um determinado estado, mantém esse estado, seja ele de repouso ou de movimento uniforme em linha reta”; e de **força centrípeta**: “É aquela pela qual os corpos são dirigidos ou impelidos, ou tendem de qualquer maneira para um ponto no centro”.

Newton: Espaço e Tempo

Newton apresenta um **Escólio** no qual novos conceitos (também comentados) são formulados, principalmente as famosas definições de **espaço**: - “... absoluto, e sua própria natureza, sem com qualquer coisa externa permanece sempre similar e imóvel...”, e de **tempo**: - “... absoluto, verdadeiro e matemático, por si mesmo e da sua própria natureza, flui uniformemente sem relação com qualquer coisa externa e é também chamado duração...” Ainda nesse **Escólio**, Newton examina a questão relacionada com movimentos verdadeiros e relativos dos corpos, afirmando que: - “As causas pelas quais os movimentos verdadeiros e relativos são diferenciados um do outro, são as forças imprimidas sobre os corpos para gerar movimento”.

O movimento verdadeiro não é nem gerado e nem alterado, a não ser por alguma força imprimida sobre o corpo movido; mas o movimento relativo pode ser gerado ou alterado sem qualquer força imprimida sobre o corpo... os efeitos que distinguem movimento absoluto de relativo são as forças que agem no sentido de provocar um afastamento a partir do eixo do movimento circular. Pois não há tais forças no movimento circular em (movimento circular) puramente relativo; mas em um movimento circular verdadeiro e absoluto elas são maiores ou menores, dependendo da quantidade de movimento. Se um recipiente, suspenso por uma longa corda, é tantas vezes girado, a ponto de a corda ficar fortemente torcida, e então enchido com água e suspenso em repouso junto com a água; a seguir, pela ação repentina de outra força, é girado para o lado contrário e enquanto a corda desenrola-se, o recipiente continua no seu movimento por algum tempo; a superfície da água, de início, será plana, como antes de o recipiente começar se mover; mas depois disso, o recipiente, por comunicar gradualmente seu movimento à água, fará com que ela comece nitidamente a girar e a afastar-se pouco a pouco do meio e a subir pelos lados do recipiente, transformando-se em uma figura côncava

(conforme eu mesmo experimentei), e quanto mais rápido se torna o movimento, mais a água vai subir, até que, finalmente, realizando suas rotações nos mesmos tempos que o recipiente, ela fica em repouso relativo a ele.

A análise desta experiência levou Newton a concluir que o repouso ou o movimento de um corpo é sempre tomado em relação ao **espaço absoluto**, considerado como um sistema de referência em repouso em relação às estrelas fixas. Por outro lado, continua Newton, quando se tenta descrever o movimento de um corpo com relação a sistema de referência em movimento de rotação uniforme em relação a esse espaço absoluto, é necessário se considerar novas forças que, contudo, são apenas fictícias, decorrentes apenas da ação do espaço absoluto sobre a matéria. Assim, no caso da experiência do balde girante, a forma côncava (na realidade, forma de um parabolóide atingida pela água, decorre da ação da força centrípeta “criada” pelo espaço absoluto.

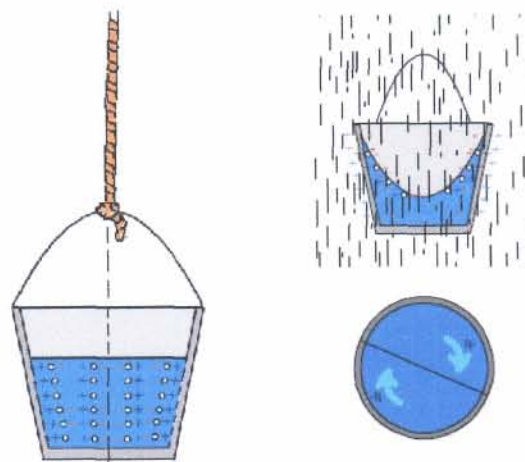


Fig.2 Experiência do Balde de Newton

A tentativa de descrever o movimento de um corpo em relação ao **espaço absoluto**, espaço este mais tarde conceituado como **referencial inercial**, foi sendo cada vez mais

estudado por Newton e seus seguidores. Com efeito, ainda no Livro I de seus *Princípios*, Newton enunciou os famosos **axiomas** ou **leis de movimento**:

1ª Lei – “Todo corpo continua em estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta, a menos que ele seja forçado a mudar aquele estado por forças imprimidas sobre ele”;

2ª Lei – “A mudança da quantidade de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é impressa”;

3ª Lei – “A toda ação há sempre oposta uma reação igual, ou, as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas a partes opostas”.

Conforme vimos anteriormente, Galileu havia dito que era impossível determinar se um navio está parado ou em movimento uniforme, por intermédio de uma experiência mecânica realizada em um de seus camarotes fechados. Pois bem, essa questão, que hoje tem o estatuto de um teorema: - “As leis da mecânica são invariantes por uma transformação de Galileu”, é facilmente demonstrada, na notação atual, usando-se a Segunda Lei de Newton de Composição de Velocidades de Galileu. Vejamos como. Seja a Lei de Newton $F_x = m \frac{d^2x}{dt^2}$. Tomando-se a

lei de composição de velocidades de Galileu $\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} + V$ e considerando-se as hipóteses de

Newton sobre o aspecto absoluto do tempo ($t' = t$) e da massa ($m' = m$), $m \frac{d^2x}{dt^2} = m' \frac{d^2x'}{dt'^2}$.

Portanto, essa igualdade das forças significa dizer que a lei de Newton é a mesma em qualquer referencial, quer seja em repouso, quer esteja em movimento retilíneo uniforme.

Muito embora Newton haja falado no papel fictício da força centrípeta nos movimentos curvilíneos, esta só começou a ser entendida na metade do séc. XVII. Vejamos de que maneira. Com o objetivo de estudar os efeitos da gravidade e da força centrífuga sobre a Terra em rotação, o matemático francês *Aléxis Claude Clairaut* (1713-1765) começou a estudar os referenciais não-inerciais. Assim, em seu livro *Théorie de la Figure de la Terre*, de 1743, demonstrou “que um corpo visto de um referencial em rotação (não inercial), experimenta uma ‘força aparente’ por unidade de massa, igual e de sentido contrário à aceleração que esse referencial tem em relação a um referencial inercial”. No entanto como Clairaut não havia calculado corretamente essas forças (mais tarde denominadas de forças –inerciais: centrífuga e de Coriolis) o físico matemático suíço *Leonhard Euler* (1707-1783), em seu estudo sobre as máquinas hidráulicas, realizado em 1755, passou a estudá-las usando um artifício matemático qual seja, o da escolha de variáveis angulares adequadas – os famosos ângulos de Euler. Porém, ao tentar calcular a força de Coriolis usando coordenadas cartesianas retangulares, encontrou um valor metade do correto, conforme demonstraria o engenheiro e matemático francês *Gustave-Gaspard Coriolis* (1792-1843), na primeira metade do séc. XIX, conforme veremos a seguir.

Em seu trabalho intitulado *Sur les Équations du Movement Relatif des Systèmes de Corps*, de 1835, Coriolis observou que a Segunda Lei de Newton (hoje escrita na forma $\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a}$) deveria ser modificada ao ser aplicada ao movimento de corpos relacionados com um sistema de referência em rotação, para incluir uma força de inércia atuando perpendicularmente à direção de seu movimento. Hoje, usando-se o formalismo do cálculo vetorial, é relativamente simples obter essas **forças não-inerciais**, pois basta estudar o que acontece num sistema de referência S' em rotação com velocidade angular ω com respeito ao referencial S , com ω

apontando numa direção arbitrária. Assim, a equação de movimento de um corpo de massa m no sistema S' será descrita pela seguinte equação:

$$\mathbf{F}' = m\mathbf{a}' = m\mathbf{a}(= \mathbf{F}) - m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) - 2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - m \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r},$$

Onde o segundo termo do lado direito é a expressão geral da força centrífuga, e o terceiro representa a expressão geral da força de Coriolis. Essas forças, contudo, na Mecânica Newtoniana, são consideradas fictícias.

A Crítica de Mach a Newton

Conforme dissemos anteriormente, o espaço absoluto newtoniano foi também criticado por Mach, em seu livro *A Mecânica e o Estudo Crítico e Histórico de seu Desenvolvimento*, editado em 1883, a partir da experiência do balde com água realizada por Newton. Tomando como base a idéia de que as forças inerciais decorrem da distribuição de massa do Universo (portanto, reais), e não apenas uma simples mudança de referenciais (de inercial par não-referencial) como demonstraram Clairaut e Coriolis, Mach explicou a forma parabolóide da superfície da água no balde girante de Newton, como decorrente do movimento relativo de rotação da mesma em relação ao conjunto e todas as massas do Universo. Para ilustrar sua hipótese – hoje conhecida como **Princípio de Mach** – propôs a seguinte **experiência de pensamento ou experiência imaginada (Gedankenexperimente)**, nome cunhado por ele próprio). Se girarmos rapidamente um grande cilindro de paredes bem espessas em torno do balde com água, dever-se-á observar a mesma forma de parabolóide para a superfície da água girante.

Apesar da grande dificuldade de realização dessa experiência, convém examinar seus principais resultados. Assim, de acordo com Mach, a aceleração deixaria de ser absoluta (segundo a Mecânica Newtoniana), pois ela seria definida em relação ao centro de massa do

Universo, e a massa não seria mais uma propriedade intrínseca de um corpo. Pois dependeria da distribuição de massas do Universo. Em decorrência disto, as forças de inércia não seriam mais geradas pela aceleração dos corpos em relação ao espaço absoluto newtoniano, e sim, devido ao movimento relativo dos mesmos com respeito a todos os corpos do Universo, isto é, elas deixariam de ser fictícias e passariam a ser reais.



Fig.3 Com estrelas (distribuição de massa) há inércia. Já sem estrelas, não há inércia.

Esse resultado é frontalmente contra a mecânica newtoniana, pois que, para esta, o **referencial inercial** é aquele para o qual a aceleração é nula. Porém, para a mecânica machiana, todos os referenciais são não-inerciais uma vez que o fato de existir um referencial inercial decorre, tão somente, de determinada distribuição de massa no Universo, e que, uma alteração súbita nessa distribuição faz aparecer uma aceleração local no referencial inercial, destruindo, desta forma, a sua inercialidade.

A Proposta do “Éter” e a Experiência de Michelson -Morley

A questão do espaço absoluto Newtoniano (e da “criação” de forças fictícias pelo mesmo) foi também examinada pelo físico alemão *Albert Einstein* (1879-1955). Anteriormente, viu-se que as leis da Mecânica são invariantes por uma **transformação de Galileu** (para o qual o tempo e o espaço são absolutos), ou seja, que uma experiência mecânica é incapaz de

determinar se um corpo está em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme. No entanto, quando o físico e matemático escocês *James Clerk Maxwell* (1831-1879) formalizou, em 1873, as leis do eletromagnetismo – as famosas **equações de Maxwell**. – a questão que se colocou para os estudiosos dessas equações era a de saber se as mesmas eram invariantes por aquela transformação. Ao estudar essa invariância, verificou-se que existia então um referencial privilegiado para as equações de Maxwell. – o chamado **Éter Luminífero** – em relação ao qual a velocidade da luz apresentava um valor constante diferente e finito $c = 300.000 \text{ Km/s}$. Esse resultado indicava que através de uma experiência eletromagnética era possível determinar se um corpo está em repouso ou movimento retilíneo e uniforme. Contudo, em 1887, os norte-americanos, o físico *Albert Abraham Michelson* (1852-1931) e o químico *Edward Willian Morley* (1838-1923) realizaram uma experiência na qual observaram que não existia um referencial inercial privilegiado para o eletromagnetismo.

Por outro lado, a não-invariância das equações de Maxwell por uma transformação de Galileu indicava que as mesmas apresentavam uma assimetria, ou seja, elas se apresentavam diferentemente para referências em repouso e em movimento retilíneo uniforme, respectivamente. Assim, ao estudar essa assimetria, em 1905, Einstein formulou dois postulados: 1º - Princípio da Relatividade – “As leis pelas quais os sistemas físicos experimentam mudanças não são afetadas, se essas mudanças de estado são referidas a um ou outro de dois sistemas de coordenadas (R e R') em movimento relativo uniforme”; 2º - Constância da Velocidade da Luz. – “Qualquer raio de luz move-se em um sistema “estacionário” de coordenadas com velocidade determinada c , quer seja o raio emitido por um corpo estacionário ou em movimento”.

Tomando como base esses dois postulados, hoje conhecidos como **Princípios da Relatividade Restrita**, Einstein passou a determinar as transformações lineares (essa hipótese

foi admitida em virtude das propriedades de homogeneidade do espaço e do tempo) compatíveis com tais postulados. Einstein observou então que tais transformações já haviam sido obtidas pelo físico holandês *Hendrik Antoon Lorentz* (1853-1928), em 1904, hoje conhecidas como **transformações de Lorentz**:

Para o referencial R' , escreve-se

$$x' = \gamma(x - ut) \quad (1)$$

$$y' = y \quad (2)$$

$$z' = z \quad (3)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right) \quad (4)$$

Já para o referencial R

$$x = \gamma(x' + ut') \quad (5)$$

$$y = y' \quad (6)$$

$$z = z' \quad (7)$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right) \quad (8)$$

onde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

é o fator de Lorentz

no caso do eixo dos x do sistema de referência $Oxyz$, se deslocar com velocidade u paralelamente ao eixo dos x' do sistema de referência $O'x'y'z'$. No apêndice A é apresentada uma derivação destas transformações.

A Interpretação de Einstein para as Transformações de Lorentz

De posse dessas transformações, Einstein prosseguiu examinando o efeito que as mesmas provocam em corpos rígidos e em relógios em movimento, obtendo os seguintes resultados:

- **Contração de Lorentz** – $L = L_0/\gamma$ significando que um bastão rígido de comprimento L_0 quando se desloca com uma velocidade u em relação a um observador em repouso, aparecerá a este ter um comprimento menor L , já que $\gamma > 1$;
- **Dilatação do Tempo** – $\tau = \gamma\tau_0$ significando que o intervalo de tempo τ entre dois eventos, medido numa série de relógios sincronizados e em repouso, é maior que o intervalo de tempo τ_0 (chamado **tempo próprio**), entre esses mesmos eventos, medido por um observador solidário a um relógio que se desloca com velocidade constante u em relação ao conjunto de relógios referido anteriormente;
- **Matéria-Energia** – $E = mc^2$, que significa dizer que a massa m de um corpo é a medida de seu conteúdo de energia E .

Capítulo II – Resumo Teórico da Teoria da Relatividade Restrita

Passa-se agora ao estudo detalhado da TRR analisando, tecnicamente, as idéias físicas vigentes na época (de Galileu e Newton) e que precederam à sua concepção por Einstein e outros. Após isto se apresentam os argumentos físicos que motivaram vários cientistas, principalmente Albert Einstein, a reverem as bases da mecânica clássica no tocante à mudança de referenciais inerciais, pois se percebeu que a problemática não estava no eletromagnetismo de Maxwell quando se faziam tais mudanças, mas sim nas transformações de Galileu que até então serviam tão bem às leis da mecânica clássica, e teriam de ser reformuladas para compatibilizar-se ao eletromagnetismo. Resulta-se daí a discussão dessas reformulações que vai culminar no surgimento de uma nova teoria física: *A Teoria da Relatividade Restrita*

Relatividade de Newton-Galileana

Galileu foi o fundador da Física como ciência que estuda os fenômenos da Natureza. Segundo ele, o melhor caminho para o conhecimento é a experimentação e a observação direta dos fenômenos, rompendo com antigos esquemas aristotélicos que, em sua época, haviam se convertido em dogmas de fé.

Ele introduziu o conceito de referencial inercial, em relação aos quais os corpos livres da ação de forças estão em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme (MRU). Qualquer outro referencial que se mova, relativamente, ao primeiro, em linha reta, com velocidade constante, também será considerado inercial e equivalente ao primeiro. Mais que isso, as leis físicas da mecânica, segundo Galileu, devem ser as mesmas em qualquer referencial inercial. Este é o princípio de relatividade de Galileu.

Consideremos dois referenciais inerciais: um deles R , com eixos x, y, z , parado em relação à Terra (referencial no solo), e o outro, R' , com eixos x', y', z' paralelos aos de R , em translação retilínea e uniforme de velocidade constante u , para ela aos eixos x e x' .

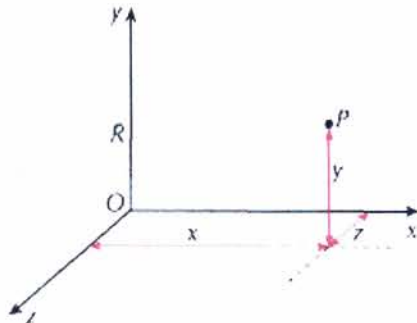


Figura 2a. R : referencial no solo.

Fig.4 R : Referencial no solo

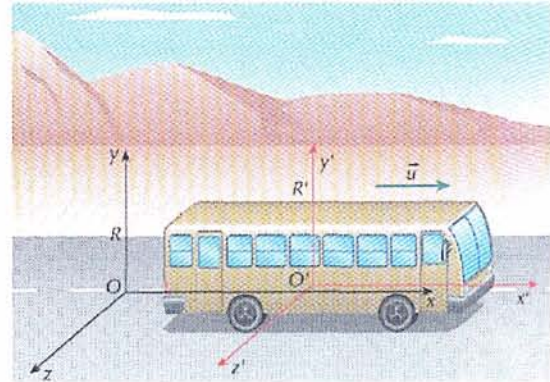


Fig.5 R' : Referencial no veículo

Para todo efeito prático, podemos considerar que R está parado relativamente à Terra e R' move-se para direita com velocidade u , ou R' está em repouso relativamente à Terra e R move-se para esquerda com velocidade $-u$, relativamente a R' .

Considere um evento que ocorre em num ponto P do espaço. Esse ponto é identificado por um conjunto de quatro coordenadas – três espaciais e uma temporal, (x, y, z, t) em R e, (x', y', z', t') em R' , sendo que as três primeiras localizam o ponto e a quarta indica o instante em que o evento ocorre. Supondo que inicialmente O e O' coincidam, temos $t = t' = 0$ e $x_0 = x'_0$, $y_0 = y'_0$, $z_0 = z'_0$. Num instante posterior $t > 0$, R' terá se deslocado uma distância $u.t$ em relação a R .

Vamos relacionar as coordenadas do sistema R com as do sistema R' . Da figura ao lado podemos ver que:

$$x = x' + u \cdot t \quad (9)$$

$$y = y' \quad (10)$$

$$z = z' \quad (11)$$

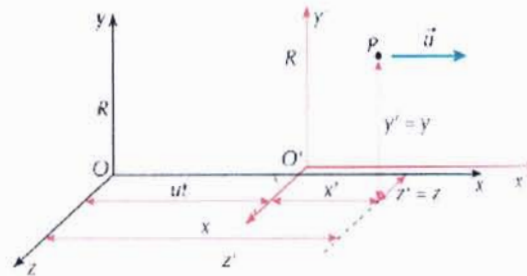


Fig.6 Coordenadas do ponto P nos dois referenciais

Resta determinar como se relacionam t e t' entre R e R' . Como inicialmente os relógios estão sincronizados, isto é, $t_0 = t'_0 = 0$, nosso senso comum indica que devemos ter sempre

$$t = t' \quad (12)$$

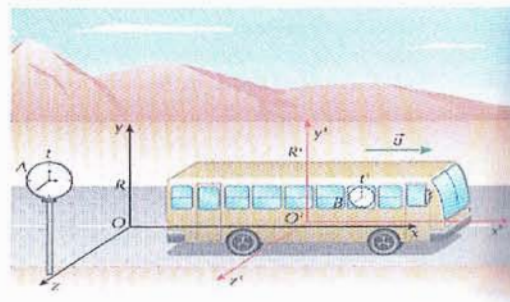


Fig.7 Os relógios A e B, solidários aos referenciais R e R' , respectivamente, foram sincronizados no instante $t = 0$. O instante de tempo t' , lido em B, correspondente a um evento qualquer, é idêntico ao instante t , lido em A.

Isto é, o tempo transcorre igualmente nos dois referenciais, não dependendo do referencial onde é medido. Na relatividade de Galileu, o conceito de tempo é absoluto. Nas palavras de Newton:

“ O tempo verdadeiro, matemático e absoluto, dele mesmo, e por sua própria natureza, escoa igualmente, sem qualquer relação com algo externo, e por outro nome é chamado duração.”

(*Newton's Principia*, p.6).

Embora seja um postulado de Galileu, a igualdade $t = t'$ está bem fundamentada na nossa experiência diária, que não nos oferece qualquer evidência em contrário. Não fosse assim, teríamos de sincronizar constantemente nossos relógios em movimento com aqueles em repouso relativamente ao solo. As relações (9), (10), (11) e (12) da pág.32 constituem as transformações de coordenadas de Galileu ou simplesmente transformações de Galileu.

Uma consequência direta da invariância do tempo, nas transformações de Galileu, é a invariância do comprimento. Veja o exemplo a seguir.

Sejam pontos do espaço com coordenadas $(x_A, y_A, 0)$, $(x_B, y_B, 0)$ em R $(x'_A, y'_A, 0)$, $(x'_B, y'_B, 0)$ em R' , com $y_A = y_B = y'_A = y'_B$. Vamos medir a distância entre os pontos A e B, num certo instante t , nos dois referenciais. Para isso, devemos determinar a diferença das coordenadas desses pontos:

Assim, em R temos:

$$L = x_B - x_A$$

e em R'

$$L' = x'_B - x'_A$$

Como

$$x'_A = x_A - V.t \text{ e } x'_B = x_B - V.t$$

temos

$$\begin{aligned} L' &= x'_B - x'_A = (x_B - V.t) - (x_A - V.t) \\ L' &= x_B - x_A \\ L' &= L \end{aligned}$$

Pelas transformações de Galileu concluímos que o comprimento e tempo são absolutos, isto é, não dependem do referencial em relação aos quais essas grandezas são medidas.

Teorema da Adição de Velocidades

Voltando à p.32, como u é constante, podemos relacionar as velocidades e as acelerações do ponto P em relação a R e R' da seguinte maneira:

$$\begin{array}{ll} \mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{u} & \mathbf{a}_x' = \mathbf{a}_x \\ u_y' = u_y & \mathbf{a}_y' = \mathbf{a}_y \\ u_z' = u_z & \mathbf{a}_z' = \mathbf{a}_z \end{array}$$

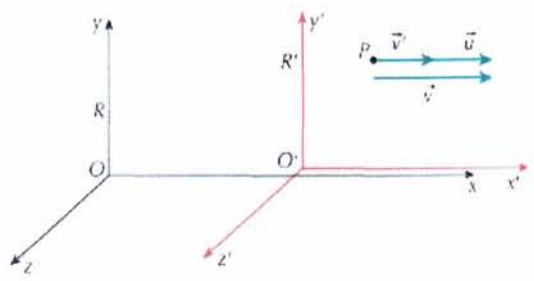


Fig.8 v' : velocidade de P em relação a R'; u' : velocidade de R' em relação a R; v : velocidade de P em relação a R

A primeira equação das velocidades, formulada por Galileu, é denominada **teorema da adição de velocidades**.

Na relatividade Newton-galileana, a massa e a aceleração da partícula independem do sistema de referência inercial adotado. Logo, a força resultante ($\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$) também será independente do referencial em que for medida. Portanto, as leis de Newton têm a mesma forma para todos os referenciais inerciais. Nenhum sistema inercial tem preferência sobre qualquer outro. Não há um sistema de referência absoluto.

Da invariância das leis de Newton, podemos concluir que:

Qualquer experiência da mecânica, realizada em algum referencial inercial, conserva os mesmos princípios e leis físicas que conservaria se fosse realizada em qualquer outro referencial inercial.

O exemplo que se segue dá uma idéia da relatividade Newton-galileana.

Um objeto é lançado verticalmente por um observador parado em relação à Terra. Outro objeto idêntico é lançado por outro observador O' dentro de um veículo em movimento uniforme em translação retilínea relativamente à Terra.

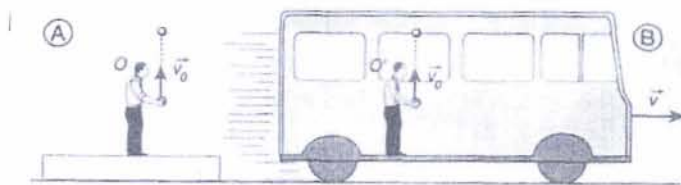


Fig.9 Um referencial em movimento retilíneo e uniforme em relação a um referencial inercial, é também inercial.

Ambos os observadores medirão para o objeto, a mesma altura máxima atingida e a mesma duração do evento, concordando também quanto à forma da trajetória observada nos seus respectivos referenciais. Concordarão, ainda, quanto ao valor da velocidade vertical do objeto ao chegar de volta à mão, quanto à aceleração e a resultante das forças atuantes sobre o objeto durante o movimento. Portanto, os dois referenciais são equivalentes para a descrição desse evento. Para esse evento, os referenciais Terra e veículo são equivalentes; é impossível distinguir um do outro. Podemos generalizar essa afirmação para qualquer outra experiência física mecânica, incluindo também situações da Termodinâmica e da teoria cinética da matéria.

Até meados do séc. XIX os princípios básicos da Física se mostravam sólidos e inabaláveis quando se tratava de mudança de referencial. A relatividade de Galileu adaptava-se perfeitamente aos fenômenos mecânicos e termodinâmicos. Tudo parecia muito certo e organizado, até que Maxwell apresentou uma teoria que conflitava com os princípios da relatividade de Galileu, como será descrito a seguir.

O Princípio de Galileu e o Eletromagnetismo de Maxwell

A teoria do Eletromagnetismo sintetizada nas quatro equações de Maxwell, descreve adequadamente os fenômenos elétricos e magnéticos num determinado referencial inercial como manifestações de um único fenômeno. Entretanto, ao passar de um referencial inercial a outro, usando as transformações de Galileu, as equações de Maxwell fornecem, para um mesmo fenômeno, resultados conflitantes. Como no exemplo apresentado a seguir

Em um fio condutor em repouso no referencial R (laboratório), os elétrons em movimento com velocidade constante v constituem uma corrente elétrica que gera um campo magnético ao redor do fio, que, por sua vez, exerce uma força F_m sobre uma carga q , positiva. Supondo que no instante que, no instante inicial, a velocidade de q também seja igual a v , no mesmo sentido do movimento dos elétrons do fio, F_m será perpendicular ao fio, afastando q deste.

Se passarmos a um referencial R' , onde q e os elétrons do fio estejam em repouso, as cargas positivas do fio estarão do fio em movimento no sentido oposto, gerando um campo magnético, porém não exercendo força sobre q , uma vez que esta se apresenta em repouso neste referencial!

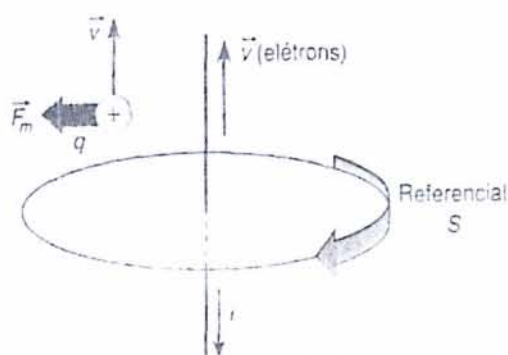


Fig.10 Partícula eletrizada sob influência de um campo magnético. No Referencial do condutor a partícula está estacionária — não haveria força magnética. No entanto, no referencial da Terra, a partícula é vista em movimento — existe a força magnética.

Chegamos assim a um paradoxo. No referencial R , a partícula é repelida pela corrente do fio, mas, no referencial R' , isso não acontece. Portanto, para esse fenômeno os referenciais R e R' não são equivalentes, como pressupõe o princípio da relatividade de Galileu.

O princípio da relatividade Newton-Galileana não se aplica a esse fenômeno eletromagnético, ou, de um modo mais geral, as leis do eletromagnetismo não são as mesmas para quaisquer referenciais inerciais, quando submetidas às transformações de Galileu.

Aparentemente as equações de Maxwell valeriam somente em um referencial especial, contrariando, o princípio de Galileu. Qual seria este referencial inercial especial? Isto intrigava muitos físicos da época.

Cogitava-se então a existência de um meio universal, absolutamente estacionário, denominado éter, que preencheria todo espaço do qual a luz se propagaria com velocidade constante. Muitas experiências foram levadas a efeito na tentativa de buscar essa evidência.

Uma delas, e a mais precisa e confiável, a experiência de Michelson e Morley (1887), demonstrou, com notável precisão, que este meio não existe. Mas o resultado negativo dessa experiência deixou duas conclusões alarmantes para época.

- A luz propaga-se no espaço sem a necessidade de um meio suporte, como ocorre com as ondas mecânicas.
- A velocidade de propagação da luz não depende do movimento relativo entre a fonte e o observador, isto é, não depende do referencial em que a medimos!

Em seguida, dar-se-á uma descrição qualitativa dessa experiência abordando seu principal intuito que foi o detectar o éter a partir de supostas variações na velocidade da luz.

Breve Descrição da Experiência De Michelson e Morley

O objetivo da experiência dos cientistas americanos Albert Michelson (1853-1931) e Edward Willian Morley (1838-1923) era comprovar a existência desse estranho meio denominado éter, um fluido elástico e imponderável, idealizado por René Descartes no século XVII e retomado no início do século XIX por Augustin Fresnel, no qual ondas como a luz se propagariam.

→ Esse misterioso meio era quase mágico na sua concepção. Deveria ser extraordinariamente rígido para propagar ondas com velocidades enormes, como a luz, e, ao mesmo tempo, suficientemente, tênue para permitir que corpos sólidos, como os planetas, se movimentassem através dele. Se ele realmente existisse, seria possível de algum modo detectar o movimento da Terra através dele, isto é, poderíamos observar o “vento do éter”.

Para verificar essa hipótese, Michelson e Morley montaram uma primeira experiência em 1881, construindo um aparelho denominado interferômetro, como é mostrado abaixo, como o que é mostra do abaixo.

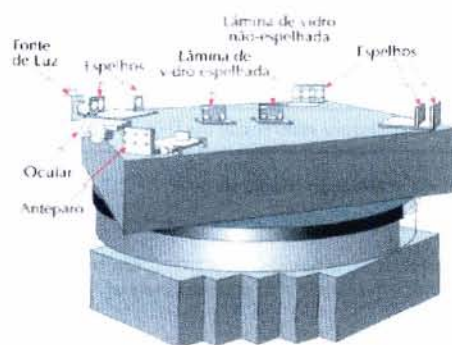


Fig.11a Interferômetro de Michelson-Morley utilizado em seus experimentos de 1887. Os instrumentos ópticos foram montados sobre um suporte que flutuava em mercúrio, a fim de se reduzirem as vibrações que afetaram experiências anteriores. Fazendo girar o aparato no plano horizontal, podiam-se fazer observações em todas as direções.

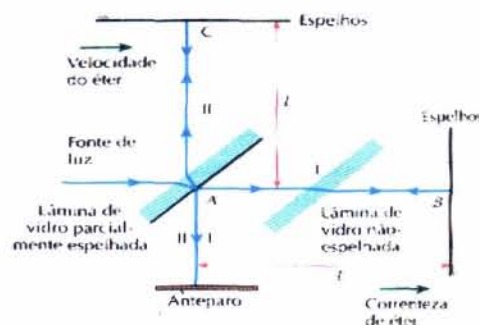


Fig. 11b A propagação da luz nas direções normal e paralela à ela da “correnteza do éter” não alteraram sua velocidade, fato que invalida a hipótese da existência do éter.

Os cientistas propuseram que um feixe de luz branca foi dividido em dois outros: um propagando-se na mesma direção do movimento da Terra e o outro, perpendicularmente ao primeiro, ambos percorrendo rigorosamente a mesma distância. Se o éter arrastasse a luz consigo, esses caminhos em diferentes direções deveriam ser percorridos em diferentes intervalos de tempo. Nenhuma diferença foi observada. Assim, a idéia do éter foi definitivamente abandonada.

Não restavam dúvidas sobre as conclusões a respeito da propagação da luz.

A velocidade da luz no vácuo é uma constante universal e vale

$$c = 299.792,55 \text{ km/s} \approx 300.000 \text{ km/s}$$

Entretanto, restava dúvida quanto à validade das equações de Maxwell quando submetidas a uma transformação de Galileu entre referenciais inerciais. Ou se alterava a teoria de Maxwell ou então o princípio de Galileu não se aplicaria aos fenômenos eletromagnéticos. Nem uma coisa nem outra! Em 1887, o matemático, físico e filósofo francês Jules Henri Poincaré (1854-1912) e o físico holandês Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) apresentaram

um conjunto de relações matemáticas, as transformações de Lorentz vistas no capítulo anterior, que relacionam as coordenadas espaço-temporais de um mesmo evento, observado de referenciais inerciais distintos, S e S'. Essas relações ajustam-se perfeitamente à descrição de qualquer evento físico, em qualquer referencial inercial, substituindo as transformadas de Galileu.

Lorentz e Poincaré, não souberam dar um sentido físico a essas equações. Um significado relativístico para estas transformações, foi encontrado pelo físico alemão *Albert Einstein* (1879-1955). As transformações de Lorentz são a base matemática para o estudo da Teoria da Relatividade Restrita (ou Especial em algumas literaturas).

O notável desse conjunto de equações é que elas se reduzem às transformações de Galileu, quando u é muito menor que c ($u \ll c$) vejamos:

Se $u \ll c$, temos que $u/c \ll 1$ e portanto $\gamma = 1$. Assim,

$$x' = \gamma(x - ut) \rightarrow x' = 1 \cdot (x - ut) \rightarrow$$

$$x' = x - ut$$

e também

$$t = t'$$

que são duas das transformações de Galileu de R para R'.

A Teoria da Relatividade Restrita

Em 1905, Einstein apresentou uma teoria que, além de resolver o conflito, revolucionou os conceitos de espaço e tempo até então concebidos. Chamou-a de Teoria da Relatividade Restrita, uma vez que tratava apenas de referenciais inerciais.

Essa teoria fundamentou-se em dois postulados:

- *Princípio da Relatividade: as leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.*
- *Princípio da Constância da Velocidade da Luz: a velocidade da luz no vácuo vale $c \approx 300.000 \text{ km/s}$ em todos os referenciais inerciais, independente do movimento da fonte em relação ao observador.*

O primeiro princípio, referente às leis da Mecânica, da Termodinâmica, da Óptica, da Eletricidade e do Magnetismo, é uma generalização do princípio da relatividade de Galileu, que se aplicava somente às leis da Mecânica. Essa generalização foi possível pela modificação dos conceitos de espaço e tempo.

Do ponto de vista experimental, o princípio da relatividade de Einstein afirma que **qualquer experiência realizada num laboratório em repouso daria os mesmos resultados se feita em outro laboratório movendo-se com velocidade constante, em linha reta em relação ao primeiro. Assim, não existe referencial inercial preferencial.**

O segundo princípio está em perfeito acordo com o primeiro, uma vez que se a velocidade da luz fosse c somente para algum referencial especial, este poderia ser identificado ou distinguido entre outros por experiências envolvendo a velocidade da luz, o que estaria em contradição com o primeiro princípio.

Outra consequência do segundo postulado é que o valor 300.000 km/s é o limite da velocidade na Natureza. Nenhuma partícula nem sinal podem mover-se com velocidade superior a c .

Esses dois princípios levam a conseqüências que contrariam o senso comum. A seguir, discutiremos quatro delas: a **sincronização dos relógios**, a **relatividade da simultaneidade**, a **dilatação do tempo**, a **contração do espaço** e a **lei da adição de velocidades**.

Capítulo III– Algumas Consequências Físicas da Teoria da Relatividade Restrita

A Sincronização dos Relógios

Viu-se na pág.29, que o tempo próprio é o intervalo de tempo entre dois eventos que ocorrem num mesmo ponto, num certo referencial. Pode ser medido então com um único relógio. No entanto, em outro referencial, que se move em relação ao primeiro, os mesmos dois eventos ocorrem em diferentes locais, e então são necessários dois relógios para registrar os instantes de tempo. O instante de cada evento é medido num relógio diferente e o intervalo de tempo se encontra por subtração. Este procedimento exige que os relógios estejam **sincronizados**. Mostraremos nessa nesse capítulo que:

» Dois relógios que estiverem sincronizados num referencial não estarão sincronizados em nenhum outro referencial que esteja em movimento em relação ao primeiro

Suponhamos que tenhamos dois relógios A e B, a uma distância L , no referencial S. Como seria possível sincronizar estes dois relógios? Se um observador em A olha para o relógio em B e acerta o seu relógio para ler o mesmo instante, os relógios não estarão sincronizados em virtude do tempo L/c necessário para luz percorrer a distância entre os dois relógios. A fim de sincronizar os relógios, o observador em A deve adiantar de L/c o seu próprio relógio. Então, perceberá que o relógio B marca um tempo que está L/c atrasado em relação ao seu próprio relógio, mas verificará que os relógios estão sincronizados quando levar em conta o tempo L/c que a luz leva para sair de B e chegar a A.

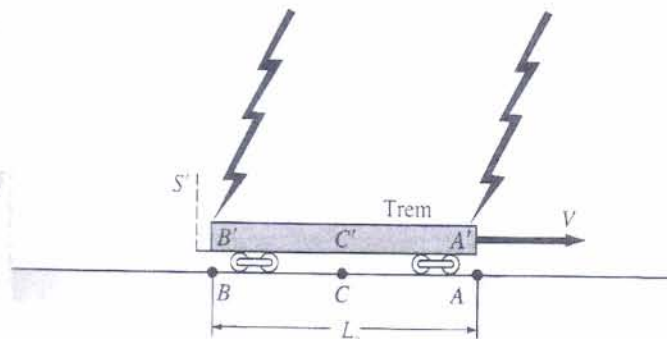


Fig.12 Dois raios atingem as extremidades B' e A' do trem (S') com velocidade V em relação aos trilhos (S). Estes pontos se encontram acima dos pontos B e A nos trilhos, respectivamente.

Quaisquer outros observadores, exceto os que estiverem equidistantes dos relógios, verão que os relógios marcam tempos diferentes, mas também calcularão o tempo necessário para a luz atingi-los e verificarão que os relógios estão sincronizados. Um outro procedimento equivalente para sincronização dos relógios seria ficar um observador C a meio caminho de A e B e enviar sinais luminosos para que estes observadores acertassem os respectivos relógios numa hora determinada ao receberem o sinal de C .

A Relatividade da Simultaneidade

Suponhamos que A e B ajustem emitir sinais luminosos no instante t_0 depois de terem sincronizado os respectivos relógios. O observador C , equidistante dos dois, observará a luz dos dois sinais no mesmo instante, e concluirá que os dois sinais foram emitidos simultaneamente.

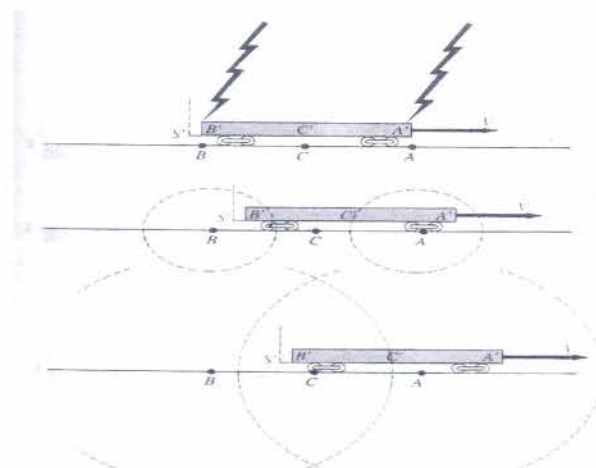


Fig.13 Os dois raios geram duas frentes de ondas esféricas. Observe, em relação ao trem, que quando a primeira frente de onda atinge C' (no trem), a segunda já passou por C' a instantes atrás. Já em relação aos trilhos, as duas frentes de ondas atingem C (nos trilhos) no mesmo instante.

Outros observadores no referencial S verão a luz de A , ou de B , em primeiro lugar, dependendo da respectiva localização, mas, depois de fazer a correção do tempo necessário para a luz atingi-los, também concluirão que os sinais foram emitidos simultaneamente. Podemos então definir a simultaneidade da seguinte forma:

» Dois eventos, num referencial, são simultâneos se os sinais luminosos dos eventos atingem um observador, localizado equidistantemente dois dos eventos, no mesmo instante.

A fim de mostrar que dois eventos que são simultâneos num referencial R não são simultâneos em outro referencial R' , que se move em relação a R , usaremos um exemplo enunciado por Einstein. Um trem está com velocidade u e passa pela plataforma de uma estação. Vamos considerar o trem em repouso no referencial R' e a plataforma em repouso no referencial R . Temos observadores A' , B' e C' na frente, no fim e no meio do trem, respectivamente. Vamos agora imaginar que o trem e a plataforma sejam atingidos por dois

raios, um na frente outro no final do trem, e que os raios sejam simultâneos no referencial da plataforma (R). Isto é, um observador C, no meio da plataforma, equidistante das posições A e B na plataforma, que foram atingidas cada por um raio, vê os dois raios no mesmo instante. É interessante admitir que os raios marcam o trem e a plataforma, a fim de localizar os eventos com facilidade em cada referencial. Uma vez que C' está no meio do trem, na metade da distância dos lugares do trem que foram atingidos pelos raios, os eventos serão simultâneos em R' somente se C' observar os dois raios num mesmo instante.

Ora, o raio que atinge a frente do trem é visto por C' antes de ver o raio que atinge o fim do trem. É fácil perceber isto, considerando o movimento de C' visto no referencial R. No instante em que a luz do raio da frente atinge C', C' se deslocara um tanto para frente e se afastara um tanto da parte final do trem. Então a luz do raio que atingiu esta parte final ainda não chegara em C', conforme mostra a figura. O observador C' conclui então que os eventos não são simultâneos e que a frente do trem foi atingida antes do final do trem. Além disso, todos os observadores em R', no trem, concordarão com C' quando levarem em conta o tempo que a luz leva para atingi-los. Resumindo, pode-se dizer que:

» Dois eventos que são simultâneos num referencial não são simultâneos em outro referencial em movimento em relação ao primeiro

A Dilatação do Tempo

Na relatividade Newton-Galileana, o tempo é absoluto; não dependendo do referencial que é medido. Entretanto, se assumimos como verdadeiro o princípio da constância da velocidade da luz da relatividade de Einstein, somos forçados aceitar a relatividade do tempo. :

Seja um veículo movendo-se com velocidade constante u relativamente ao solo, sendo este um referencial inercial. Dentro do veículo, uma fonte F emite um feixe vertical de luz, que é registrado num sensor R , fixo no teto do veículo, após percorrer a distância d , em um intervalo de tempo $\Delta t'$. Sendo c a velocidade da luz no vácuo, temos:

$$\Delta t' = \frac{d}{c}$$

Para um observador parado no solo, o fenômeno é visto como na fig.14. De acordo com o segundo postulodo, a luz percorre a distância FR , com a mesma velocidade c , em intervalo de tempo Δt , totalizando uma distância $D = c \cdot \Delta t$. Como a distância FR medida no referencial do solo é maior que a distância FR medida no referencial do veículo, para mesma velocidade c , concluímos que Δt é maior que $\Delta t'$! Isto é, o intervalo de tempo não é absoluto, mas relativo ao referencial onde é medido.

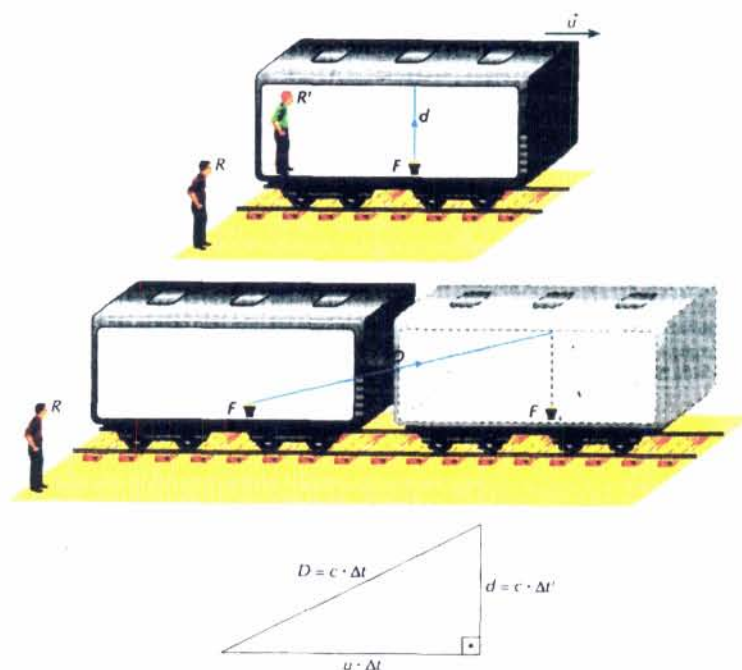


Fig.14 Percursos percorridos pela luz em relação aos referenciais R' e R .

Assim, se no intervalo de tempo Δt o veículo percorre a distância $u.\Delta t$, pelo teorema de Pitágoras fig.14, temos:

$$c^2.\Delta t^2 = u^2.\Delta t^2 + c^2.\Delta t'^2 \rightarrow \Delta t^2 (c^2 - u^2) = c^2.\Delta t'^2 \rightarrow$$

$$\Delta t^2 = \frac{c^2 \Delta t'^2}{c^2 - u^2} \rightarrow \Delta t^2 = \frac{\Delta t'^2}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (13)$$

Por comodidade, escreve-se a eq. (13) como:

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \quad (14)$$

onde, γ é o **fator de Lorentz**.

Note que a eq. (14) é a mesma citada na pág.29

$$\tau = \gamma \tau_0 \quad (15)$$

onde τ_0 é chamado “tempo próprio” e é o intervalo de tempo medido pelo observado que se encontra do no interior do veículo.

Como já foi visto, o fator γ é maior que 1, portanto $\Delta t > \Delta t'$.

Assim, para quem está **dentro do veículo** o intervalo de tempo medido é menor, isto é, **o tempo passa mais devagar! O tempo dilata.**

Contração dos Comprimentos

Um fenômeno diretamente relacionado com a dilatação do tempo é a **contração do comprimento**. O comprimento de um corpo medido num referencial em que o objeto está em repouso é o **comprimento próprio** L_p (L'). Num referencial em que o corpo está em movimento, o comprimento que se mede é menor que o comprimento próprio. Consideremos uma barra em repouso no referencial R' , com uma extremidade em x'_2 e a outra em x'_1 . O comprimento da barra, neste referencial, é o comprimento próprio $L_p = x'_2 - x'_1$. É preciso um certo cuidado para achar o comprimento da barra, no referencial, R . Neste referencial, a barra está se deslocando para a direita com velocidade u , a velocidade do referencial R' . O comprimento da barra no referencial R se define como $L = x_2 - x_1$, onde x_2 , é a posição de uma extremidade num certo instante t_2 e x_1 é a posição da outra extremidade no mesmo instante $t_1 = t_2$, medido no referencial R . A eq.(1) é conveniente para calcular $x_2 - x_1$ num certo instante t , pois relaciona x , x' e t . enquanto a eq.(5) não é conveniente para calcular, pois relaciona x , x' e t' :

$$x'_2 = \gamma(x_2 + ut_2)$$

$$x'_1 = \gamma(x_1 + ut_1)$$

e uma vez que $t_2 = t_1$, obtemos

$$x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - x_1)$$

$$x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - x_1) \rightarrow x_2 - x_1 = \frac{(x'_2 - x'_1)}{\gamma} \rightarrow$$

$$L = \frac{L_p}{\gamma} \quad (16)$$

Então, o comprimento de uma barra é menor quando medido num referencial onde a barra está em movimento. Antes de o artigo de Einstein ter sido publicado, Lorentz e Fitzgerald tentaram explicar o resultado nulo da experiência de Michelson-Morley admitindo-se a hipótese de as distâncias na direção do movimento se contraírem na proporção dada pela eq.(16) . Esta contração se conhece, nos dias de hoje, por **contração de Lorentz-FitzGerald**.

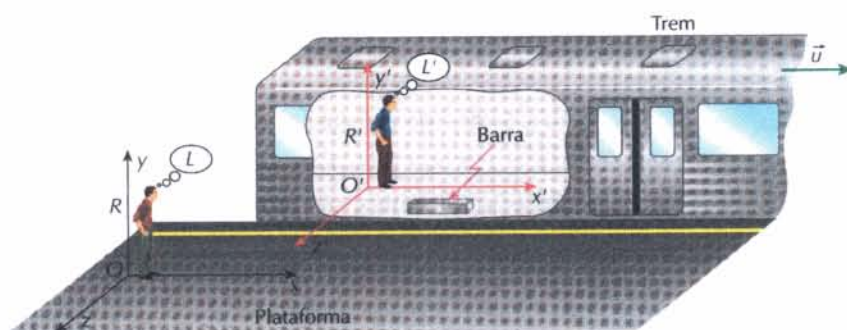


Fig.15 Para o observador O' a barra apresenta comprimento menor do que para o observador O ($L' < L$).



Fig.16 Se o carro pudesse se deslocar com velocidade próxima a da luz, o observador parado na calçada veria o carro mais curto. O observador no carro veria os quarteirões mais estreitos.

Lei Relativística da Adição de Velocidade

Uma pessoa dentro de um veículo cuja velocidade é u , relativamente à Terra (referencial inercial R), tem velocidade v' relativa ao veículo (referencial inercial R').

Na relatividade Newton-Galileana, a velocidade v da pessoa, em relação a R , será:

- $v = v' + u \rightarrow$ se v' e u tiverem o mesmo sentido;
- $v = v' - u \rightarrow$ se v' e u tiverem sentidos opostos.

Estas são as equações de adição de velocidades de Galileu.

Se v' e u são velocidades com a mesma ordem de grandeza da velocidade da luz c , a velocidade v da pessoa, no referencial R , será calculada por:

$$v = \frac{v' + u}{1 + \frac{u}{c^2} v'} \quad (17)$$

Conhecendo-se v e querendo-se V' , a equação é:

$$v' = \frac{v + u}{1 + \frac{u}{c^2} v} \quad (18)$$

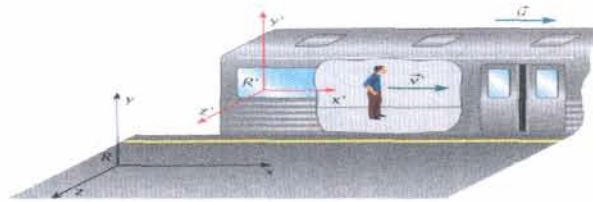


Fig.17 O trem (R') tem velocidade u em relação à Terra (R). O observador O' está com velocidade v' em relação ao trem, mas é visto pelo observador O , na Terra, com velocidade v .

Essas relações são chamadas de **Leis da Adição de Velocidades Relativísticas**.

Essas relações são a sustentação matemática, via transformações de Lorentz, para o postulado II da T.R.R., visto que, uma das conseqüências desse postulado é que não pode haver no Universo velocidade maior que a da Luz para nenhum observador em qualquer referencial. Logo ele estabelece um valor limite de velocidade que é o próprio valor c mostrado na fig.18

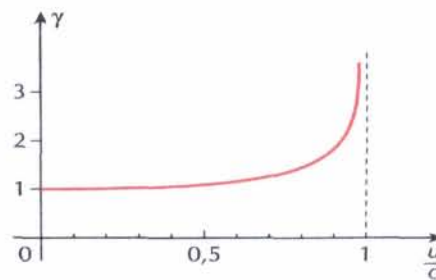


Fig.18 Gráfico mostra limite de velocidades para os corpos que é $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Segue-se o seguinte exemplo:

Seja um observador A parado na estação de trem (Referencial R) observando um observador B no interior de um vagão (referencial R') que se move com velocidade $0,8c$ em relação à estação. O observador B libera um feixe de luz que se move com velocidade c em relação ao vagão. Que velocidade é medida pelo observador A para o feixe de luz?

Pela lei de adição de velocidades de Galileu observar-se-ia o seguinte valor de velocidade:

$$v = 0.8c + c = 1.8c$$

Este resultado é inconsistente com os postulados da TRR.

Porém, quando se aplica a lei de adição de velocidades relativística obtém-se

$$v = \frac{0.8c + c}{1 + \frac{0.8c}{c^2} c}$$

Cujo resultado é

$$v = c$$

Existem outras conseqüências interessantes da TRR que poderiam ser apontadas aqui. Entretanto, foge aos objetivos deste trabalho descrever todos eles. Deseja-se que o aluno do Ensino Médio tenha capacidade de diferenciar aspectos básicos da Física Clássica daqueles da Física Moderna utilizando conceitos físicos que já lhes foram apresentados na escola nos dois primeiros anos.

Capítulo IV – Aplicações Tecnológicas

O Sistema GPS

Um das aplicações tecnológicas da TRR é o ajuste na precisão de emissão e recepção de sinais de GPS (Sistema Global de Posicionamento). Esses instrumentos portáteis indicam a latitude, a longitude e a altitude ao captar sinais de satélites do Sistema Global de Posicionamento. Medições precisas de distância requerem dispositivos de tempo precisos, e é por isso que cada um dos 24 satélites de GPS tem um relógio atômico.

Atualmente, a maior parte dos aparelhos receptores GPS comprados em lojas pode detectar sua posição do comprador com precisão de cerca de 15 m. Precisão de menos de 30 metros certamente significa que o receptor GPS incorpora a TRR e TRG (Ashby, 2002). Se não se levasse em conta a teoria da relatividade, então os relógios usados lá não estariam sincronizados com os relógios aqui embaixo. Segundo a teoria da relatividade, relógios atômicos no espaço, movendo-se a 14 mil Km/h, como os do GPS, atrasam cerca de 7 μ s/dia em relação aos estacionários.

O SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL (GPS) requer correções relativistas. Por causa da força gravitacional mais fraca sobre os satélites, os relógios a bordo trabalham cerca de 45 microssegundos por dia mais rápido do que os relógios na superfície da Terra. A velocidade dos satélites GPS adiciona um outro efeito relativístico, fazendo os relógios trabalharem 7 microssegundos por dia mais lentamente. Portanto, é necessário calcular um fator de correção de 38 microssegundos por dia para produzir dados de GPS precisos. Erros de relatividade são cancelados em receptores GPS capacitados com o sistema de ampla área de aumento (WAAS), porque as unidades se utilizam de sinais adicionais a partir de locações terrestres.



A gravidade, no entanto, exerce efeito relativista maior sobre a passagem do tempo. A uma média de 20 mil Km de altitude, os satélites GPS experimentam um quarto da atração gravitacional que teriam no solo. Como resultado, os relógios a bordo rodam mais depressa em cerca de 45 μ s/dia. Portanto, é preciso levar em conta um desvio geral de 38 μ s no GPS. Se não houvesse uma compensação de frequência nos satélites, seria acumulado um erro de 11 Km/dia.(Scientific American Brasil,2004,p.94-95)


PARTE VI

Novas Tecnologias da Informação Aplicada ao Processo de Ensino e Aprendizado na Escola

Capítulo V – As Novas Tecnologias da Informação e sua Implementação ao Campo Educacional

Introdução

Como já foi dito na introdução deste trabalho, fazer com que o aluno do Ensino Médio assimile facilmente os conceitos da TRR será um trabalho árduo uma vez que estes são de um elevado grau de abstração para os alunos. Visualizar as conseqüências desses conceitos exige mais esforço ainda. O aluno não vê objetos contraídos pela rua e o relógio em seu pulso, a princípio, enquanto ele caminha, não marca um horário anterior ao daquele enorme “digital” que está parado na pracinha. Os efeitos da TRR estão presentes, mas são imperceptíveis para serem notados em objetos que se movam a menos de 10% da velocidade da luz !

Uma forma de mostrar a explicação da origem desses efeitos para o aluno e alguns desses efeitos, minimizando sua abstração, é utilizando recursos computacionais simples que estão ao seu alcance. 

Esta seção discute um pouco da importância do computador como uma das Novas Tecnologias da Informação (NTI). Em seguida, são discutidas as razões para se inserir o computador na escola. Enfim, as várias formas de se utilizá-lo

O que é uma NTI?

Define-se como sendo Novas Tecnologias da Informação (NTI) todo artefato tecnológico que advém ^{de} aplicação da microeletrônica e das telecomunicações para produzir, armazenar, processar e transmitir informação. Sendo assim, pode-se colocar o *Computador* encabeçando a lista das NTI.

IMAGEM ?

O advento do computador no século XX apenas acelerou o processamento de informação e a capacidade de armazenamento da mesma, visto que a computação em si é tão antiga quanto a humanidade.

Todavia, o computador trouxe às civilizações modernas contemporâneas um efeito indiscutivelmente impactante no campo das transformações econômicas, sociais, políticas e culturais das duas últimas décadas. Por analogia pode-se traçar um paralelo entre a revolução industrial e o assentamento da informática na sociedade moderna nas palavras de E.Litwin:

“No começo do nosso século, as máquinas a vapor possibilitam a industrialização: aumentam a produção massiva de bens e serviços e permitem seu rápido transporte. A função principal destas máquinas foi substituir e amplificar o trabalho FÍSICO do homem. Na sociedade atual, a informática, junto com as telecomunicações e a microeletrônica, torna possível a produção massiva e sistemática de informação, tecnologia e conhecimentos; sua função principal é a substituição e amplificação do trabalho MENTAL do homem.” (Litwin, 1997)⁸

É a era da automação e otimização cibernéticas do trabalho, bem como da transmissão e recepção instantânea da informação. Conseqüências da implantação das NTI na sociedade, estas se tornaram condições indispensáveis à obtenção de desenvolvimento econômico no mundo moderno. Tornou-se como uma sutil imposição que o homem se adeque a nova realidade social na qual, inevitavelmente, está inserido, renovando seus conhecimentos instrumentais de trabalho no âmbito das NTI.

Então, já temos razões de sobra para perceber que o indivíduo que não atentar para esta nova realidade está condenado ao fracasso profissional atual mercado de trabalho.

⁸ p.81

“Saber operar uma máquina é condição de empregabilidade.(...) o desconhecimento desta realidade acentua a problemática do desemprego.”(PCN’s,2002)⁹

Segundo E.Litwin, a implantação das NTI no mercado de trabalho divide o indivíduo hoje em duas categorias distintas quanto aos seus usos.(vide Litwin,1997)¹⁰. A primeira categoria é a dos engenheiros eletrônicos, de telecomunicações, analistas de sistemas, programadores, etc, enquanto que a segunda, pertencem aqueles aos quais é dado suporte pelos que integram a primeira. São os usuários habituais que desconhecem da intimidade da máquina, mas que a sua utilização no seu dia-a-dia é imprescindível. Fazem usos de aplicativos tais como softwares, editores de texto, planilhas, banco de dados,etc.

As Novas Diretrizes Para o Educação

A atual conjuntura política e econômica do país e do mundo caracteriza-se pela minimização do papel do estado em matéria de políticas sociais e, em particular, em política educacional, e por possibilitar ao setor privado, empresarial e aos organismos internacionais sua forte incidência na determinação das metas e dos fins da educação.

Neste contexto, os projetos educativos gravitam em torno de uma dupla problemática, segundo Litwin:

- a) responder às demandas do sistema produtivo em função dos avanços científicos e tecnológicos;
- b) elaborar um currículo (no sentido amplo do termo) que garanta uma formação básica de qualidade para todos os cidadãos.

⁹ p.185

¹⁰ p.81

Desde de diferentes correntes teóricas, admite-se que a função da escola deve ser a preparação das novas gerações para sua incorporação no mundo do trabalho. Agora, as discrepâncias entre estas correntes surgem quando se trata de concretizar o que significa a preparação para o mundo do trabalho, como realizar este processo, as conseqüências que tem a promover a igualdade de oportunidade ou para eliminar ou reproduzir as desigualdades sociais.

No quadro desta problemática, uma forma de dar respostas às exigências do mundo produtivo, e de garantir a toda a população um mínimo de conhecimentos de índole tecnológica, consiste incluir como conteúdos da educação obrigatória alguns aspectos que se refiram ao conhecimento e ao uso das novas tecnologias da informação.

A partir da reforma do sistema educacional incorpora-se como conteúdo básico comum a aprendizagem das novas tecnologias da informação, em particular os procedimentos básicos do uso do computador. Promove-se, além disso, o emprego da *Computação* como meio de ensino e aprendido em cada uma das áreas ou cadeiras escolares.

Para levar adiante esta proposta, as instituições educacionais necessitam insumos tais como computadores, impressoras e demais artefatos de conexão, programas utilitários, linguagens de programação, *software* educativo e, fundamentalmente, contar com o *personal docente e não docente capacitado*. (Vide Litwin,1997)¹¹.

O Uso do Computador na Escola

No âmbito educacional, pode-se considerar como meio de ensino precursor dos computadores a *máquina de ensinar* de Skinner (1940), criada por sua filha Deborah. Seu modelo baseava-se nos princípios psicológicos estabelecidos a partir do exame experimental

¹¹ p.83, 84

do comportamento no campo das programa do reforço ou condicionamento operante. Mas, mais importante do que a máquina em si mesma, isto é enquanto artefato, foi o desenvolvimento do ensino programado distribuído através dela.

Neste enfoque, o ensino é caracterizado como um programa de reforços oportunamente administrados. Apresentam-se estímulos ao aluno, de forma graduada, com o objetivo de modelar a conduta. Se as respostas que o aluno dá são corretas (a tarefa do programador é de dar e dispor os estímulos de maneira que o aluno responda corretamente), recebe reforços conforme o programa. Na atualidade, existe um *software* educativo (geralmente denominado tutorial) em que prevalece ainda esta teoria.

As formas de utilização dos computadores como recurso didático podem ser classificadas nas seguintes modalidades: tutorial, de exercícios ou prática, demonstração, simulação e jogo. No entanto, devemos notar que esta classificação é arbitrária, porque os limites entre uma ou outra modalidade não são demasiado nítidos e muitas vezes um mesmo programas pode combinar várias destas modalidades.(Vide E.Litwin,1997)¹²

Nos prenderemos aqui a apenas três das cinco citadas que são as modalidades tutorial, demonstração e simulação que são as que interessam para o nosso tema .

- **Modalidade Tutorial**

São programas que, em primeiro lugar, explicarão determinado conteúdo ao aluno e em seguida, através de exercícios (geralmente de múltipla escolha) aferirão o aprendizado do aluno. Permitem que o aluno refaça os exercícios que fracassara ou passe a novas lições de acordo com os resultados obtidos. Segue abaixo um exemplo da web:

<http://www.glenbrook.k12.il.us/gbssci/phys/Class/relativity/reltoc.html>

¹² p.87, 88

- **Modalidade Demonstração**

Nesta modalidade, permite-se interagir com programa como por exemplo visualizar na tela o que ocorre se uma ou mais variáveis num determinado processo, alterando os valores destas variáveis. Pode se observar ~~consequências~~ as consequências da mudança da velocidade, da distância, do tempo, na queda dos corpos; de uma dieta segundo a idade, peso, a estatura, a atividade de uma pessoa, etc. Como exemplo prático vide os sites:

http://webphysics.davidson.edu/Course_Material/Py230L/relativity/relativity-ex1.htm

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/relativity/relativity.html>

- **Modalidade Simulação**

Esta simulação apresenta artificialmente uma situação real, e faz um extenso uso de meios gráficos e interativos (construção de figuras, imagens, animação, etc). Estes programas são insubstituíveis quando não se pode ter acesso à experiência real. Mediante a simulação pode ser representadas situações nas quais se necessitam temperaturas muito elevadas ou baixas, experiências com equipamentos dificilmente acessíveis (equipamentos de Física), situações perigosas ou difíceis de ter acesso, variações no tempo (por exemplo, a aceleração no crescimento de uma planta).

Neste caso, o computador oferece a possibilidade de ensinar temas de enorme dificuldade de compreensão e de difícil acesso ou impossível demonstração por outros meios.

Além disso, esta modalidade permite confrontar um modelo sintetizado mediante simulação com outro real associado, analisá-lo ou controlá-lo.

Neste trabalho faremos uso desta última modalidade, visto que a discussão da TRR impõe as seguintes dificuldades:

1. Visualização

O tema está centralizado no “que se observa” quanto ao movimento dos corpos, quando se passa de um referencial inercial a outro. No entanto, o corpo que se movimenta deve possuir velocidades próximas a da luz a fim de que os efeitos da TRR sejam acentuados. Ora, não existem no nosso meio, objetos macroscópicos que se movam com tais velocidades, o que favorece o uso de simulações;

2. Insuficiência nas Ilustrações dos Livros Didáticos

Embora alguns livros que já abordam o tema façam uso de ilustrações detalhadas e coloridas, fica difícil para o aluno compreender como se dariam os efeitos da TRR na prática. As figuras dos livros são bonitas, mas inanimadas. Uma animação computacional dá vida às ilustrações e supre a necessidade que o aluno tem de ver aquilo funcionando.

3. Simplicidade dos Laboratórios Escolares

Não se conhecem experiências simples que se possam fazer em laboratórios escolares a fim de testar ou observar os efeitos da TRR. Geralmente, essas experiências são feitas em laboratórios de pesquisas avançadas devidamente equipados com aparelhos sofisticadíssimos e de alta precisão. São equipamentos caros e que exigem uma certa perícia de quem opera a experiência (físico experimental). Não é obrigação do governo ou da iniciativa privada equipar os laboratórios escolares com tais artefatos tecnológicos de pesquisa. Não é meta no Ensino Médio realizar tais tipos de práticas nas escolas, até porque o profissional de ensino não foi

preparado para fazê-lo. Logo, um programa de computador que simule tais efeitos no monitor é de bom agrado para o aluno e para o professor do Ensino Médio. Os sites listados a seguir são bons exemplos de simulações.

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/relativity/relativity.html>

<http://www.physicsclassroom.com/mmedia/specrel/lc.html>

<http://casa.colorado.edu/~ajsh/sr/srfs.html>

Linguagens de Programação

Uma proposta mais ousada seria que o próprio aluno criasse a simulação fazendo uso das LINGUAGENS DE PROGRAMAÇÃO. Isto seria o curso ideal, pois além do aprendizado de Física o aluno, certamente, sairia da escola com uma certificação a mais que é o de dominar uma ou mais linguagens de programação. O problema aí é a disponibilidade que o curso oferece em sua carga horária, e a formação do profissional de ensino para lecionar mais esta competência.

O desenvolvimento de programas de computador fazendo uso das linguagens de programação pelos alunos também aumentam a sua capacidade de raciocínio

“As linguagens de programação são incorporadas como conteúdos de ensino no laboratório de informática, porque são considerados uma ferramenta que permite ajudara melhorar o pensamento e acelerar seu desenvolvimento cognitivo, embora este tema desperte múltiplas controvérsias” (E.Litwin, 1997)¹³

¹³ p.89

PARTE VII

Proposta de um Plano de Aula para Introduzir TRR no Ensino Médio

Capítulo VI – Didática Aplicada ao Ensino da TRR

Como Começar?

O trabalho poderá começar em sala com a exposição de um breve histórico e em seguida, a teoria. As simulações no computador apresentadas ao final visam esclarecer a mente do aluno após a apresentação dos conceitos que mexeram com o seu senso comum. Em alguns casos, elas servirão para constatação do conceito (relatividade da simultaneidade), em outros, não passaram de mera visualização de um fenômeno imperceptível aos nossos sentidos (contração de Lorentz-Fitzgerald e dilatação do tempo).

A abordagem da TRR deve seguir uma linha de raciocínio tanto histórica como conceitual. Fugir disto poderá tornar o assunto mais complicado tanto para o aluno na tentativa de aprender quanto para o professor na tentativa de ensinar. Alguns organogramas foram construídos com a finalidade de dar uma ordem à seqüência dos eventos que precederam a postulação de Einstein da TRR. Sugere-se que o professor siga esta ordem que é a adotada na maioria dos livros de Ensino Médio que já abordam o assunto. (Vide Nicolau e Toledo, Física-Ciência e Tecnologia, Vol. Único¹⁴, e Ramalho, Nicolau e Toledo, Fundamentos da Física, Vol. III¹⁵).

O Organograma 2 sugere que inicialmente de ser feita uma revisão do conceito de referencial. De fato, o cerne da Teoria da Relatividade está na concepção de referencial, principalmente os que são ditos *inerciais*. Podemos perceber isto nos dois postulados da TRR já citados anteriormente.

¹⁴ p.587-600

¹⁵ p.381-391

- **Princípio da Relatividade:** as leis da Física são as mesmas em todos os **referenciais inerciais**.
- **Princípio da Constância da Velocidade da Luz:** a velocidade da luz no vácuo vale $c \approx 300.000 \text{ km/s}$ em todos os **referenciais inerciais**, independente do movimento da fonte em relação ao observador.

Em seguida deve-se mostrar ao aluno que a percepção daquilo que se observa quanto ao movimento de um corpo não é a única. Esta percepção vai depender de que referencial (inercial) o movimento é observado. Aqui já podemos lançar o conceito de velocidade como uma grandeza relativa usando fatos que ocorrem no cotidiano do aluno. O problema do movimento relativo unidimensional entre dois carros pode ser revisado brevemente, para mostrar que o aluno no seu dia-a-dia ou numa viagem de férias lida o tempo todo com a relatividade no movimento.

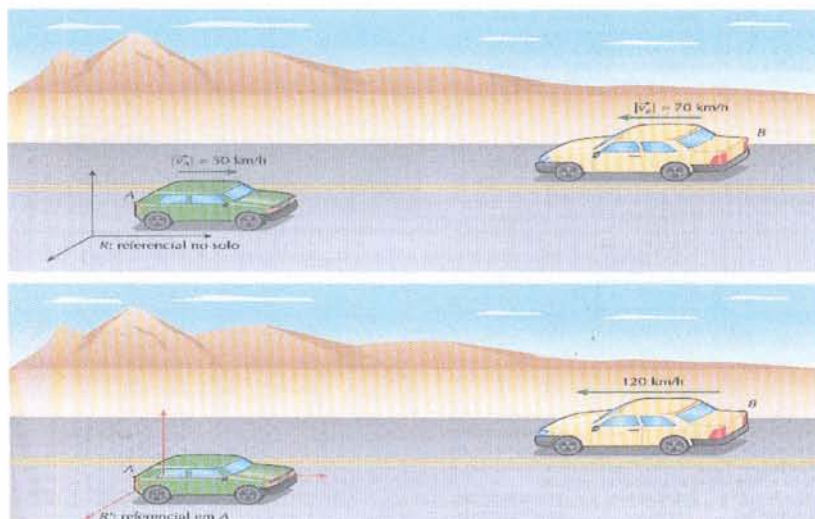
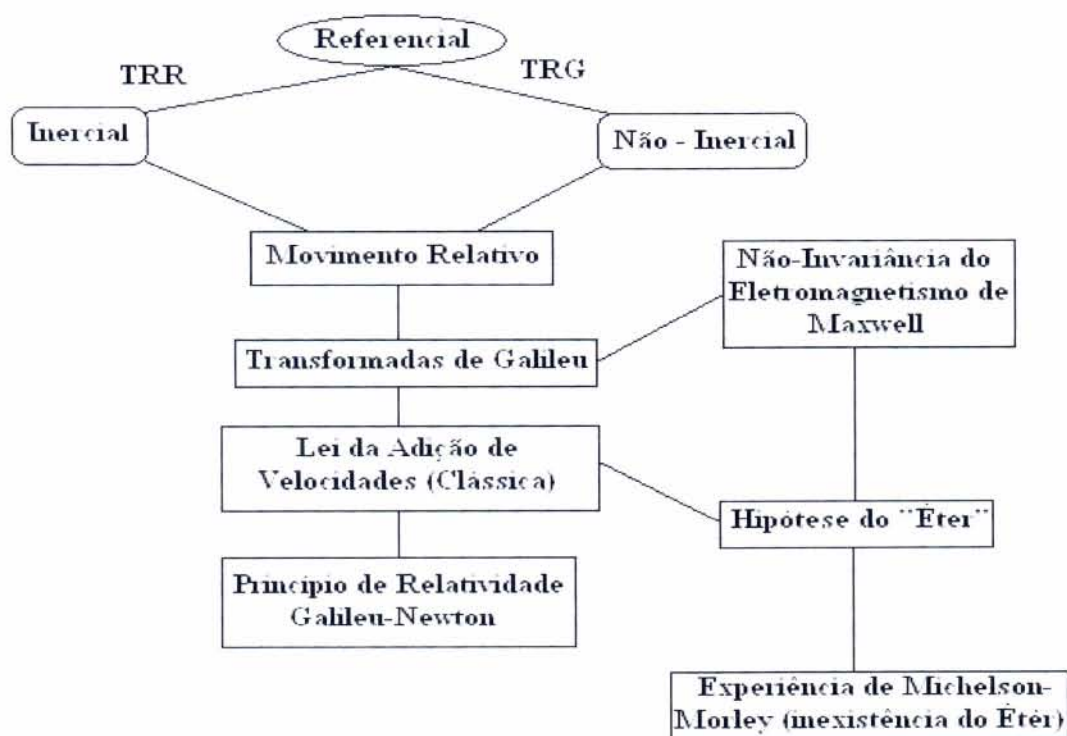


Fig.20 A velocidade como grandeza física relativa. Velocidades dos carros em relação à Terra (solo) e em relação aos veículos.

As figuras acima mostram essa situação. As velocidades dos carros A e B são de 50 Km/h e 70 Km/h, respectivamente, quando medidas por um observador no referencial R (Terra). Entretanto, para um observador no referencial R' (carro A ou carro B), mede-se a velocidade de 120 Km/h para ambos os carros.

Esta discussão vai fechar nas transformações de Galileu e na lei de adição de velocidades (clássica) comentadas nas p.31 e 33. Daí segue-se a mesma seqüência da digressão teórica apresentada na parte III (p.37 e 38), perguntando-se: o que aconteceria se os carros fossem substituídos por dois raios de luz que se movessem com velocidade c em relação à Terra? Esta pergunta sugere, automaticamente, a existência de um meio especial, o Éter, que sirva de referencial para o movimento da luz, de maneira que, as transformações de Galileu possam ser aplicadas à luz em movimento. A experiência de Michelson-Morley é realizada constatando a inexistência do Éter.



Org.2 Sequência organizacional de um plano de aula para lecionar TRR.

Segundo H.M.Nussenzveig em sua obra Curso de Física Básica Vol.IV¹⁶ pode-se levar o aluno à conclusão de que as transformações de Galileu precisavam de correção para o caso de altas velocidades ($> 0.1c$) a partir de três hipóteses:

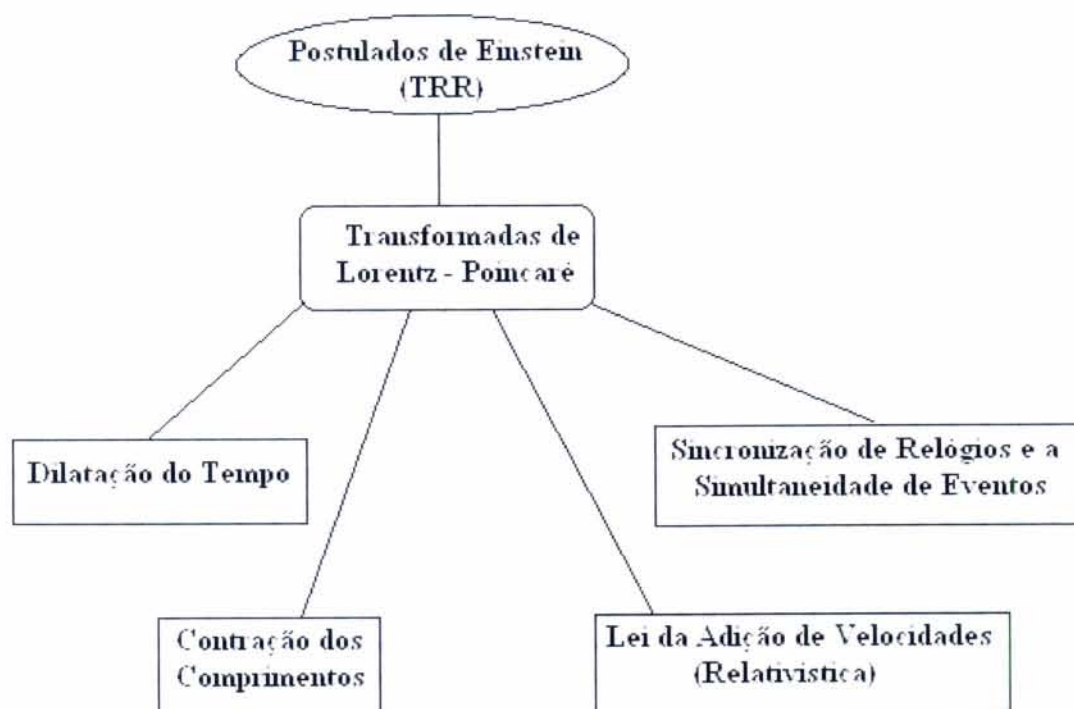
- A mecânica newtoniana e as equações de Maxwell são válidas, mas o princípio de relatividade não se aplica a todas as leis físicas: existe um referencial absoluto (o éter), onde a velocidade da luz é c em todas as direções, e deve ser possível, por meio de experiências eletromagnéticas, detectar um movimento um movimento retilíneo e uniforme em relação ao referencial absoluto do éter.
- O princípio de relatividade aplica-se a todas as leis físicas e a mecânica newtoniana é correta. Nesse caso, as equações de Maxwell teriam de ser modificadas, e deveria ser possível observar desvios da eletrodinâmica clássica.
- O princípio de relatividade aplica-se a todas as leis físicas, e as equações de Maxwell são corretas. Neste caso, a mecânica newtoniana e a transformação de Galileu não podem ser corretas: deve ser possível observar desvios das leis da mecânica newtoniana.

A experiência de Michelson-Morley mostrou que a terceira hipótese é a correta !!!

No organograma 3 já é mostrada a sequência teórica da TRR. Começa com os dois postulados de Einstein e parte para as transformadas de Lorentz-Poincaré (ou transformadas de Lorentz apenas) que procuravam um conjunto de expressões que se acoplassem às transformadas de Galileu de forma a tornar o eletromagnetismo uma teoria invariante por uma mudança de referencial inercial. Vale a pena aqui chamar a atenção do aluno para o fator de Lorentz γ já citado na pág.28.

¹⁶ p.177-178

que se torna muito pequeno a medida que u diminui fazendo com que as transformadas de Lorentz se reduzam ao caso clássico (transformadas de Galileu).



Org.3 Segunda parte da mesma sequência

Em seguida, um conjunto de fenômenos são descobertos via transformadas de Lorentz como a dilatação do tempo, contração dos comprimentos, etc. **Aqui entram as simulações para efeito de visualização do aluno e compreensão desses conceitos por ele.**

A relatividade da simultaneidade pode ser explorada usando-se a animação da web

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/relativity/relativity.html>

Pode ocorrer aqui, do aluno não conseguir visualizar o que a simulação quer mostrar. Cabe ao professor estar íntimo do recurso didático a fim de contornar tais obstáculos.

Esta página não permite apenas a constatação da relatividade da simultaneidade assim como permite também a visualização do percurso de um feixe de luz no interior de um veículo que se move relativamente a um observador em repouso, explicando a dilatação do tempo em dois cronômetros virtuais.

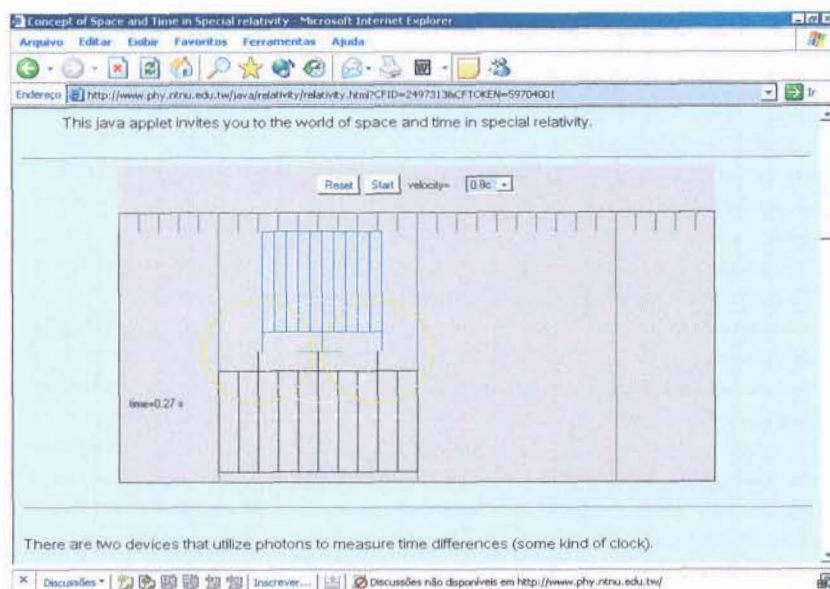


Fig.21 Esta simulação mostra a dilatação do tempo e a relatividade da simultaneidade

Já a simulação no site

<http://www.physicsclassroom.com/mmedia/specrel/lc.html>

não é muito sofisticado, mas dá uma noção do que é a contração dos comprimentos. Simula veículos à velocidades relativísticas que acentuam o fenômeno. Isto nunca poderia ser visto sem o recurso da animação.

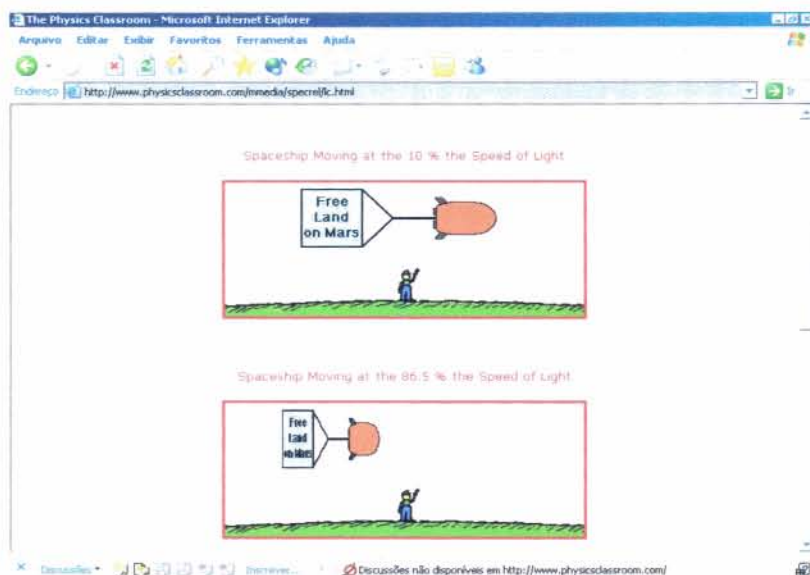


Fig.22 Esta simulação mostra a contração do comprimento.

Esta animação, puramente ilustrativa, mas rica em detalhes gráficos, também demonstra como seria a contração do comprimento de uma nave e sua estação espacial.

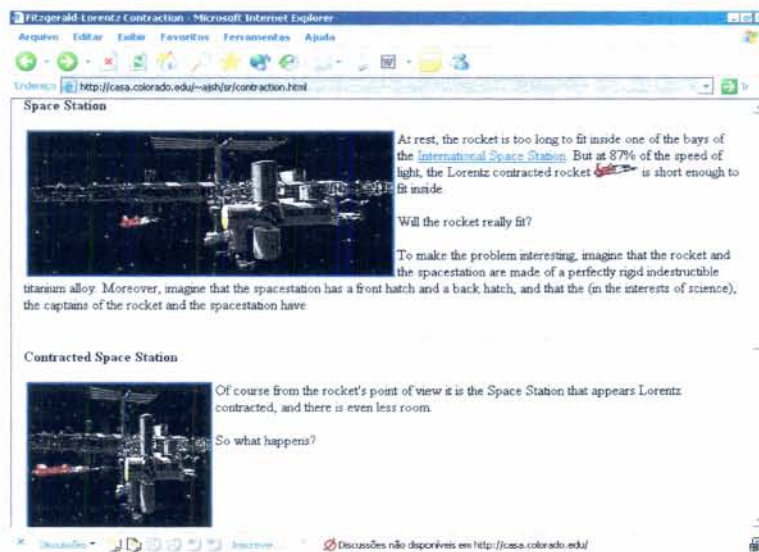


Fig.23 Animação graficamente sofisticada NASA mostra contração do comprimento.

Ela pode ser encontrada no site:

<http://casa.colorado.edu/~ajsh/sr/contraction.html>

Neste outro site o aluno pode interagir com o programa fornecendo valores de velocidade para o objeto.

http://webphysics.davidson.edu/Course_Material/Py230L/relativity/relativity-ex1.htm

É um pouco parecido com o primeiro, porém mais limitado – neste só se importa com a dilatação do tempo.

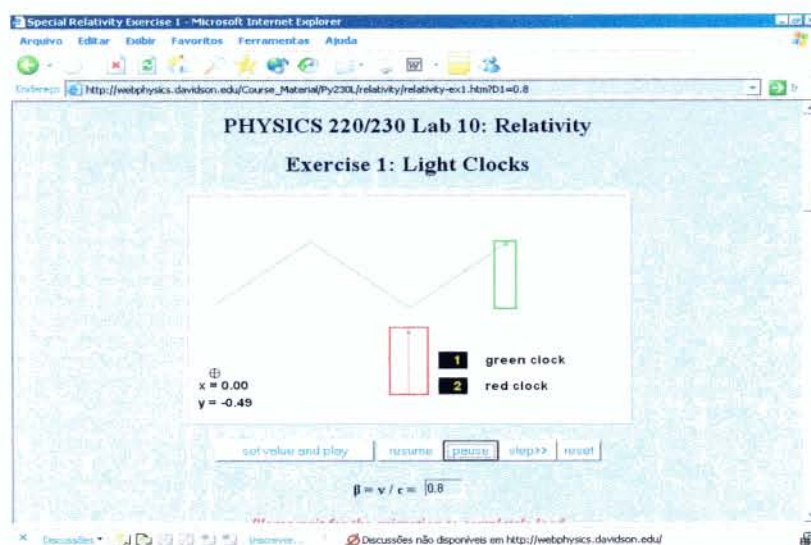


Fig.24 Animação interativa mostra o trajeto do feixe de luz visto de dois referenciais distintos, com a dependência da velocidade do corpo que se move.

A Web está repleta de simulações e animações que estimulam o aluno a buscar mais do assunto.

Obs.: Os sites apresentados aqui têm o inconveniente da língua, o inglês. É escassa a produção de simulações em língua portuguesa, A maioria está em inglês. Por isso o professor deve também se resguardar disto, pois terá que traduzir para o aluno que não tem noções de língua inglesa.

Conclusão

Ensinar a Teoria da Relatividade Restrita no atual Ensino Médio ainda é um desafio. Os alunos sequer têm assimilado os conceitos mais simples de Física Clássica. No entanto, a inserção deste assunto nos livros de Ensino Médio mais atualizados e adotados, faz-nos perceber que já está havendo um atendimento inicial, embora pequeno, ao apelo citado no primeiro capítulo. Deve-se, portanto, chamar à atenção de nossos professores quanto a abordagem que vêm fazendo da Física Clássica que tem sido rudimentar e superficial, não preparando o terreno para que a Física moderna se torne compreensível.

Espera-se que a aplicação desta metodologia seja eficaz no sentido de minimizar a abstração dos conceitos da TRR. O computador foi o recurso utilizado para isso. Deseja-se também que o aluno tenha um contato profundo com este recurso a fim de que este conhecimento abram as portas do mercado de trabalho para ele. Aprender uma linguagem de programação simples para produzir uma página ou uma simulação pode ser o início desse aprofundamento onde o aluno desencadeará o processo de aprender coisas mais sofisticadas.

Como base do sucesso desta metodologia cita-se como exemplo uma das disciplinas do curso noturno – Informática para o Ensino de Ciências, no qual, o aluno (universitário), que não tem a menor noção de Internet e linguagens de programação é capaz de programas que simulam situações físicas tal qual uma partícula eletrizada penetrando num campo eletromagnético uniforme. Este programa fornecia as possíveis trajetórias da partícula. Para isto teve-se que fazer uso de uma linguagem de programação chamado Mega Logo. São dadas também noções de HTML para elaboração de páginas na Web onde os trabalhos ficam expostos.

Enfim, espera-se que este trabalho contribua para o desenvolvimento do ensino de Física no Ensino Médio. Que através da criatividade do professor possa-se promover a alfabetização científica na escola elevando o intelecto do aluno, tornando-o uma pessoa instruída e assim sendo, capaz de transformar esta realidade fatídica na qual todos nós brasileiros vivemos hoje.

Apêndice A

Dedução das Transformações de Lorentz

Sejam os sistemas R e R' com os eixos x e x' coincidentes e R' movendo-se com velocidade u em relação a R. Considera-se que observadores nos dois sistemas comecem a marcar o tempo no instante em que a origem dos dois sistemas de coordenadas estiverem coincidentes. Considera-se também, que neste instante, $t = t' = 0$, sinais luminosos sejam emitidos em todas as direções, partindo das duas origens coincidentes. É como, por exemplo, uma lâmpada, localizada na origem dos dois sistemas, que acendesse (e logo apagasse) no instante em que as duas origens coincidissem.

Nos dois sistemas, as frentes de onda formam esferas, cujas equações são dadas por

$$\text{Sistema R: } x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (A1)$$

$$\text{Sistema R': } x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad (A2)$$

Quer-se estabelecer um novo grupo de transformações de maneira que, as transformações de Galileu sejam um caso particular deste novo grupo. As correções para as transformações de Galileu devem ser tais que quando $u \rightarrow \infty$, reproduza-a. Portanto,

$$x' = \gamma (x - ut)$$

$$y' = \alpha y$$

$$z' = \beta z$$

$$t' = \delta t + \delta' t' \quad (A3)$$

De uma maneira mais geral, ter-se-ia de fazer, por exemplo,

$$x' = \gamma (x - ut) + \gamma' y + \gamma'' z$$

Entretanto, devido à isotropia do espaço, estes termos extras devem ser nulos. Isto é facilmente visto considerando-se que, devido a esta isotropia, os sistemas de coordenadas R e R' possuem simetria de rotação em torno dos eixos coincidentes x e x'.

Substituindo (A.3) em (A.2), teremos de encontrar (A.1)

$$\gamma^2(x-ut)^2 + \alpha^2 y^2 + \beta^2 z^2 = c^2(\delta t + \delta' t')^2$$

$$(\gamma^2 - c^2 \delta'^2)x^2 + \alpha^2 y^2 + \beta^2 z^2 = (c^2 \delta^2 - \gamma^2 u^2)t^2 + 2(\gamma^2 u + c^2 \delta \delta')xt$$

Assim, para que esta última relação seja igual à (A.1), deve-se ter

$$\gamma^2 - c^2 \delta'^2 = 1 \quad (A.4.1)$$

$$\alpha^2 = 1 \quad (A.4.2)$$

$$\beta^2 = 1 \quad (A.4.3)$$

$$c^2 \delta^2 - \gamma^2 u^2 = c^2 \quad (A.4.4)$$

$$\gamma^2 u + c^2 \delta \delta' = 0 \quad (A.4.5)$$

Ao substituir-se (A.3) em (A.2) para obtermos (A.1) e, conseqüentemente, os valores dos parâmetros α , β , γ , δ e δ' , teve-se de elevar as quantidades substituídas ao quadrado ao quadrado. Assim, isto acarretou a introdução de mais soluções possíveis nas equações finais, como se pode observar nas relações (A.4). Por exemplo, tinha-se inicialmente $y' = \alpha y$. Ao elevá-la ao quadrado, torna-se possível também a relação $y' = -\alpha y$. Isto traduz na relação final

(A.4.2) , que dá dois valores possíveis para α , ou seja, $\alpha = 1$ ou $\alpha' = -1$. Agora tem-se de eliminar esses valores extras que foram introduzidos ao elevar ao quadrado as relações (A.3).

Por questões óbvias vê-se que α deve ser 1 e não -1, e não será difícil selecionar as demais respostas corretas. Imediatamente, temos também que β vale 1. Para determinar os outros parâmetros substitui-se (A.4.1) e (A.4.4) em (A.4.5), encontrando-se

$$\begin{aligned}\gamma^4 u^2 &= (\gamma^2 - 1)(c^2 + \gamma^2 u^2) = \\ &= \gamma^2 c^2 + \gamma^4 u^2 - c^2 - \gamma^2 u^2 \\ &= \gamma^2 (c^2 - u^2) = c^2\end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (\text{fator de Lorentz}) \quad (A.5)$$

Com este resultado encontra-se δ e δ' . Substituindo-se em (A.4.4), obtém-se

$$\begin{aligned}c^2 \delta^2 &= c^2 + \frac{c^2}{c^2 - u^2} u^2 \\ &= \frac{c^4}{c^2 - u^2}\end{aligned}$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (A.6)$$

Substituindo-se agora (A.5) em (A.4.1), encontra-se

$$\begin{aligned}c^2 \delta'^2 &= \gamma^2 - 1 = \\ &= \frac{c^2}{c^2 - u^2} - 1 = \frac{u^2}{c^2 - u^2} \rightarrow\end{aligned}$$

$$\delta' = \frac{-\frac{u}{c}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (A.7)$$

Escolhe-se o sinal “menos” na relação acima porque, pela relação (A.4.5), δ e δ' devem ter sinais contrários. Substituindo os valores encontrados para α , β , γ , δ e δ' em (A.3), obtém-se enfim, as transformações de Lorentz.

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned}$$

ou de modo mais simplificado

$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - ut) \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)\end{aligned}$$

Bibliografia

Livros Consultados e/ou Fontes das Citações:

Barcelos Neto, J., *Fundamentos de Relatividade Especial*, UFRJ, 1994.

Bassalo, J.M., *Aspectos Históricos das Bases Conceituais da Relatividade*, Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. XIX , nº2, junho, 1997.

Educação, Ministério da, *PCN – Ensino Médio (PCN's)*, Brasília, 2002.

Educação, Ministério da, *PCN + Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio (PCNEM's)*, Brasília, 2002.

Einstein, A., *A Teoria da Relatividade Especial e Geral*, 1.ed. Rio de Janeiro, Contraponto, 1999.

Eisberg, R. & Resnick, R., *Física Quântica- Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas*, 7.ed., Rio de Janeiro, Campus, 1988.

Gleisler, M. , *A Dança do Universo – Dos Mitos de Criação ao Big-Bang*, 2.ed. São Paulo, Schwarcz e Companhia das Letras , 1998.

Greene, B. , *O Universo Elegante – Supercordas, Dimensões Ocultas e A Busca da Teoria Definitiva*, 3.ed. São Paulo, Schwarcz e Companhia das Letras , 2001

Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J., *Fundamentals of Physics*, 4.ed. USA, John Wiley & Sons, Inc., 1993.

Hawking, S. , *Uma Breve História do Tempo Ilustrada*, Edição Atualizada Revista e Ampliada, 1.ed. São Paulo, Albert Einstein Ltda, 1997.

Lea, S. M. & Burke, J. R., *Physics – The Nature of Things*, 1.ed. USA, West Publishing Company, 1997.

Leite Lopes, J., *A Estrutura Quântica da Matéria*, 2.ed. Rio de Janeiro, Erca, 1993.

Litwin, E., *Tecnologia Educacional – Política, Histórias e Propostas*, 1.ed. Porto Alegre, Artes Médicas Editora Ltda, 1997

Maia, L.P.M. , *Mecânica Vetorial*, UFRJ, Rio de Janeiro, 1984.

Nicolau & Toledo, *Física- Ciência e Tecnologia*, 2.ed. São Paulo, Moderna, 2001.

Nussenzveig, H. M., *Curso de Física Básica– Mecânica*, vol.I, 2.ed. São Paulo, Edgard Blucher, 1981.

Nussenzveig, H. M., *Curso de Física Básica – Óptica, Relatividade e Física Quântica*, vol. IV, 1.ed. São Paulo, Edgard Blucher, 1998.

Ramalho, Nicolau & Toledo, *Fundamentos da Física*, vol. III, 8. ed. São Paulo, Moderna, 2003.

Symon, K. R., *Mecânica*, 6.ed. Rio de Janeiro, Campus, 1982.

Tipler, P., *Física – Óptica e Física Moderna*, 3.ed. New York, Worth Publishers, Inc., 1995.

Yam, P., *Einstein no Dia-a-Dia*, Scientific American Brasil, ano 3, nº29, outubro, 2004.

Ilustrações:

Capa : Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J., *Fundamentals of Physics*, 4.ed. USA, John Wiley & Sons, Inc., 1993

[1] Lea, S. M. & Burke, J. R., *Physics – The Nature of Things*, 1.ed. USA, West Publishing Company, 1997.

[2] www.deducoeslogicas.com/anima_balde_newton.html

[3] Maia, L.P.M. , *Mecânica Vetorial*, UFRJ, Rio de Janeiro, 1984.

[4]-[8],[11a],[11b],[14]-[18],[20] Ramalho, Nicolau & Toledo, *Fundamentos da Física*, vol. III, 8. ed. São Paulo, Moderna, 2003.

[9],[10] Nicolau & Toledo, *Física- Ciência e Tecnologia*, 2.ed. São Paulo, Moderna, 2001.

[12],[13] Tipler, P., *Física – Óptica e Física Moderna*, 3.ed. New York, Worth Publishers, Inc., 1995.

[19] Yam, P., *Einstein no Dia-a-Dia*, Scientific American Brasil, ano 3, nº29, outubro, 2004.

Sites:

Fu-Kwun Hwang, Dept. of physics, National Taiwan Normal University,
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/relativity/relativity.html>

© 2004 The Physics Classroom and Mathsoft Engineering & Education, Inc.
All rights reserved,
<http://www.physicsclassroom.com/mmedia/specrel/lc.html>

© 1998, 1999 Andrew Hamilton,
<http://casa.colorado.edu/~ajsh/sr/contraction.html>

© 2004 by Mario Belloni and Wolfgang Christian,
http://webphysics.davidson.edu/Course_Material/Py230L/relativity/relativity-ex1.html.

©BrianWegley,1998,
<http://www.glenbrook.k12.il.us/gbssci/phys/Class/relativity/reltoc.html>